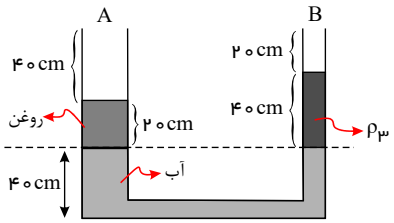
نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ویژگی مواد و فشار

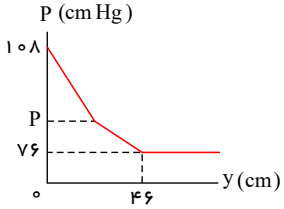
سید رضا علایی

۱ - در شکل زیر، سطح مقطع لوله‌های A و B به‌ترتیب $۳۰۰cm^۲$ و $۱۰۰cm^۲$ است و در لولهٔ U شکل، آب روغن و مایع نامعلوم فرضی $\rho_۳$ به حال تعادل قرار دارند. در لولهٔ A آن‌قدر روغن می‌ریزیم تا این لوله کاملا پُر شود. در این صورت چند گرم از مایع $\rho_۳$ از لولهٔ B به بیرون می‌ریزد؟ (چگالی آب و روغن به‌ترتیب $۱g/cm^۳$ و $۰/۸g/cm^۳$ است.)



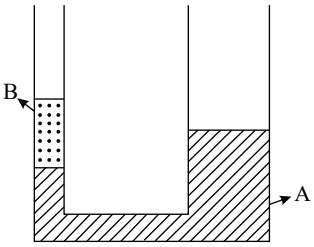
۱) ۴۸۰
۲) ۶۴۰
۳) ۳۲۰
۴) ۲۴۰

۲ - نمودار فشار کل برحسب ارتفاع از کف یک ظرف حاوی دو مایع اختلاط‌ناپذیر، مطابق شکل زیر است. اگر مایع زیرین جیوه باشد و چگالی مایع بالایی یک سوم چگالی جیوه باشد، P چند سانتی‌متر است؟



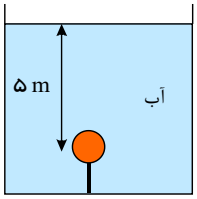
۱) ۸۳
۲) ۹۷
۳) ۱۰۱
۴) ۸۶

۳ - در شکل مقابل شعاع مقطع شاخهٔ سمت راست دو برابر شعاع مقطع شاخهٔ سمت چپ است و ارتفاع مایع B در شاخهٔ سمت چپ برابر با $۲۰cm$ است. اگر در شاخهٔ سمت راست مایع C به چگالی $۴\,g/cm^۳$ و به ارتفاع $۲۵cm$ بریزیم، پس از رسیدن مجموعه به تعادل، سطح مایع A در شاخهٔ سمت چپ چند سانتی‌متر بالا می‌رود؟ ($\rho_A = ۵\,g/cm^۳$ و $\rho_B = ۳\,g/cm^۳$ و سه مایع مخلوط‌نشدنی هستند.)



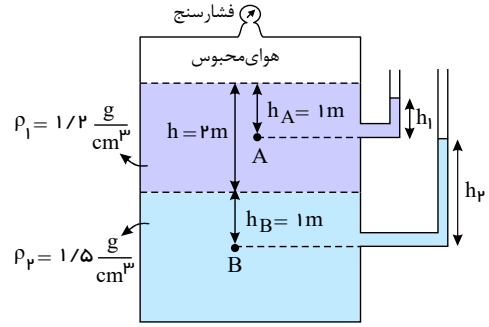
۱) ۱۲
۲) ۱۶
۳) ۴
۴) ۸

۴ - مطابق شکل، گلوله‌ای با چگالی $۰/۸g/cm^۳$ در عمق $۵m$ از سطح آب قرار دارد. اگر نخ متصل به گلوله ناگهان پاره شود، تندی گلوله در عمق $۱/۸m$ از سطح آب به چند متر بر ثانیه خواهد رسید؟ (از نیروی مقاوم آب صرف‌نظر کنید، $g = ۱۰N/kg$ و $\rho_{آب} = ۱g/cm^۳$)



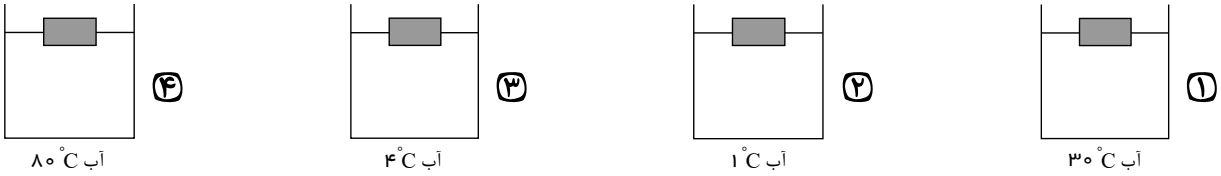
۱) ۴
۲) ۱۶
۳) ۲
۴) ۸

۵ - مطابق شکل، فشارسنج، فشار کل هوای محبوس را عدد $۱۰۶kPa$ نمایش می‌دهد. در این صورت $(h_۱ + h_۲)$ چند متر است؟ ($g = ۱۰N/kg$، سیستم در تعادل است و فشار هوای محیط $P_۰ = ۱۰^۵Pa$ است.)

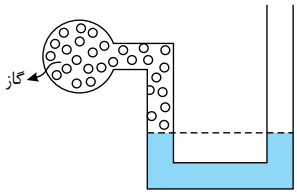


۱) ۱/۵
۲) ۳
۳) ۴/۵
۴) ۶

۶ - در کدام‌یک از شکل‌های زیر مکعب چوبی یکسان کمتر داخل آب فرو رفته است؟ (دمای مکعب در همهٔ شکل‌ها برابر است.)

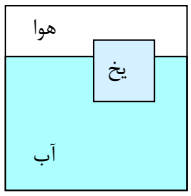


۷ - مطابق شکل زیر، درون لولهٔ مانومتر آب در حال تعادل قرار داشته و سطح آب در دو شاخه یکسان است. اگر در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ $۳۰cm^۳$ نفت بریزیم، آب در شاخهٔ مقابل به اندازهٔ $۵cm$ نسبت به حالت اولیه بالا می‌رود. فشار مخزن گاز در این حالت نسبت به حالت اولیه چند پاسکال تغییر می‌کند؟(سطح مقطع لوله ثابت و برابر $۲cm^۲$ است، $\rho_{نفت} = ۸۰۰kg/m^۳$، $\rho_{آب} = ۱۰۰۰kg/m^۳$، $g = ۱۰N/kg$)



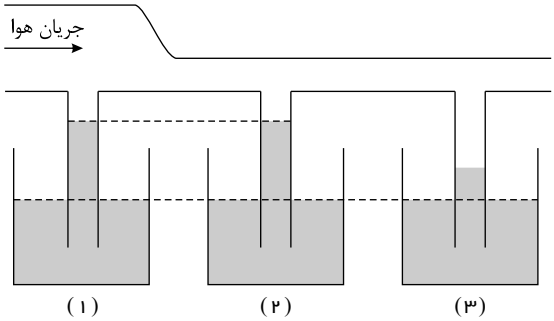
۱) ۷۰۰
۲) ۱۴۰۰
۳) ۱۹۰۰
۴) ۲۰۰

۸ - مطابق شکل زیر، در یک محفظهٔ بستهٔ استوانه‌ای شکل، مقداری آب و یخ و هوا محبوس است. با ذوب شدن یخ، فشار ناشی از مایع در کف ظرف و فشار هوای محبوس به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟ (دمای هوا را ثابت و هوای محبوس را گاز کامل فرض کنید.)



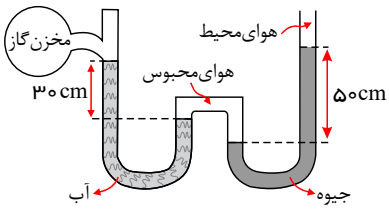
۱) ثابت - کاهش
۲) ثابت - ثابت
۳) افزایش - کاهش
۴) افزایش - ثابت

۹ - با حرکت جریان هوا در لولهٔ افقی با سطح مقطع متغیر مطابق شکل، سطح مایع در لوله‌های عمودی متصل به ظروف حاوی مایع‌های (۱) و (۲) و (۳) مطابق شکل زیر خواهد شد. کدام گزینه رابطهٔ بین چگالی سه مایع را به‌درستی نشان می‌دهد؟



۱) $\rho_۳ > \rho_۲ > \rho_۱$
۲) $\rho_۳ > \rho_۱ > \rho_۲$
۳) $\rho_۱ = \rho_۲ > \rho_۳$
۴) $\rho_۳ > \rho_۱ = \rho_۲$

۱۰ - در شکل زیر، اگر فشار هوای محیط $۱۰^۵$ پاسکال باشد، فشار گاز درون مخزن چند کیلوپاسکال است؟ (کل سیستم در حالت تعادل قرار دارد، $\rho_{آب} = ۱g/cm^۳$، $\rho_{جیوه} = ۱۳٫۶g/cm^۳$ و $g = ۱۰N/kg$)



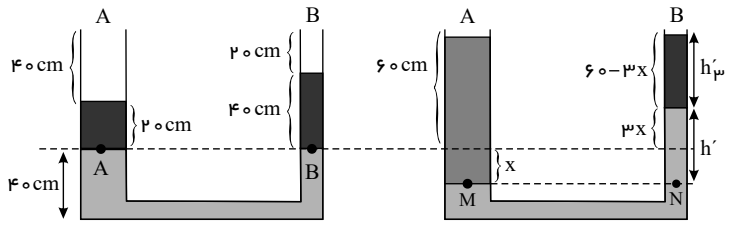
۱) ۱۶۸
۲) ۱۶۵
۳) ۱۷۱
۴) ۶۵

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲

باید محاسبه کنیم که ارتفاع مایع نامعلوم چند سانتی‌متر افزایش می‌یابد.

توجه داشته باشیم که مایع نامعلوم تا انتهای لوله فقط $۲۰cm$ فاصله دارد.



هنگام اضافه کردن روغن، حجم آب پایین رفته در شاخهٔ سمت چپ با حجم آب بالا آمده در شاخهٔ سمت راست برابر است اما از آن‌جا که سطح مقطع A سه برابر سطح مقطع B است پس ارتفاع آب بالا آمده در شاخهٔ B باید سه برابر ارتفاع آب پایین رفته در شاخهٔ A باشد. (روی شکل آن‌ها را x و $۳x$ نامیده‌ایم.)

برای حل مسئله به چگالی مایع نامعلوم نیاز داریم. از برابری فشار در نقاط A و B استفاده می‌کنیم تا چگالی آن به‌دست آید.

$$P_A = P_۰ + (\rho gh)_{\text{روغن}}$$

$$P_B = P_۰ + (\rho_۳ g h_۳)$$

$$\xrightarrow{P_A=P_B} \rho_{\text{روغن}} \times h_{\text{روغن}} = \rho_۳ \times h_۳ \Rightarrow ۰/۸ \times ۲۰ = \rho_۳ \times ۴۰ \Rightarrow \rho_۳ = ۰/۴ g/cm^۳$$

اکنون از برابری فشار در دو نقطهٔ M و N استفاده می‌کنیم.

$$P_M = P_۰ + (\rho g h')_{\text{روغن}}$$

$$P_N = P_۰ + (\rho g h')_{\text{آب}} + (\rho_۳ g h'_۳)$$

$$\xrightarrow{P_M=P_N} \rho_{\text{روغن}} \times h'_{\text{روغن}} = \rho_{\text{آب}} h'_{\text{آب}} + \rho_۳ h'_۳$$

$$\Rightarrow ۰/۸(۶۰ + x) = ۱ \times ۴x + ۰/۴(۶۰ - ۳x) \Rightarrow x = ۱۲cm$$

بنابراین ارتفاع کنونی مایع $\rho_۳$ برابر با $۶۰ - ۳x = ۶۰ - ۳۶ = ۲۴cm$ است در حالی که در ابتدا ارتفاع آن $۴۰cm$ بوده است.

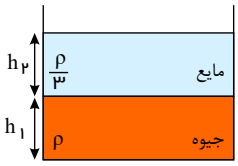
بنابراین $۴۰ - ۲۴ = ۱۶cm$ از این مایع به بیرون ریخته شده است. داریم:

$$V = Ah = ۱۰۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۱۶ \times ۱۰^{-۲} = ۱۶ \times ۱۰^{-۴} m^۳ = ۱۶۰۰cm^۳$$

$$m = \rho V = ۰/۴ \times ۱۶۰۰ = ۶۴۰g$$

۲ - گزینه ۱ ظرف حاوی دو مایع اختلاط‌ناپذیر، را اگر مطابق شکل فرض کنیم، با توجه به نمودار، $۴۶cm$ که از کف ظرف بالا می‌آییم، فشار ثابت و برابر با $۷۶cmHg$ می‌شود، پس به سطح مایع رسیده‌ایم و بنابراین:

$$h_۱ + h_۲ = ۴۶cm$$



مطابق نمودار فشار در کف ظرف $۱۰۸cmHg$ است. بنابراین:

$$h_۱ + h'_۲ + ۷۶ = ۱۰۸ \Rightarrow h_۱ + h'_۲ = ۳۲ \quad (۲)$$

که در آن $h'_۲$ فشار حاصل از مایع بالایی است که به سانتی‌متر جیوه تبدیل شده است:

$$h_۲ \times \frac{\rho}{۳} = h'_۲ \times \rho = \frac{h_۲}{۳} \quad (۳)$$

با استفاده از رابطه‌های (۱)، (۲) و (۳) داریم:

$$\begin{cases} \xrightarrow{(۳),(۲)} h_۱ + \frac{h_۲}{۳} = ۳۲ \\ \xrightarrow{(۱)} h_۱ + h_۲ = ۴۶ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h_۱ = ۲۵cm \\ h_۲ = ۲۱cm \end{cases}$$

بنابراین:

$$P = ۱۰۸ - h_۱ = ۱۰۸ - ۲۵ \Rightarrow P = ۸۳cmHg$$

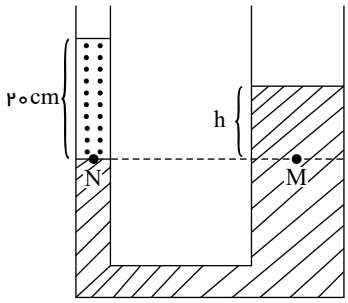
۳ - گزینه ۲ اگر مایع A در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x پایین بیاید مایع A در شاخهٔ سمت چپ به اندازهٔ $۴x$ بالا می‌رود. زیرا:

displaystyle {{V}_{۱}}={{V}_{۲}}\Rightarrow {{A}_{۱}}x={{A}_{۲}}{x}'\xrightarrow[{{r}_{۱}}=۲{{r}_{۲}}]{A=\pi {{r}^{۲}}}{x}'=۴x\

ابتدا اختلاف ارتفاع مایع A را در دو طرف لوله پیش از ریختن مایع C به دست می‌آوریم:

$$P_N = P_M \Rightarrow P_\circ + \rho_B g h_B = P_\circ + \rho_A g h_A$$

displaystyle \xrightarrow[{{\rho }_{B}}=3\,g/c{{m}^{3}}\,,\,{{\rho }_{A}}=5\,g/c{{m}^{3}}]\ {{h}_{B}}=20\,cm}3\times 20=5\times {{h}_{A}}\Rightarrow {{h}_{A}}=12cm

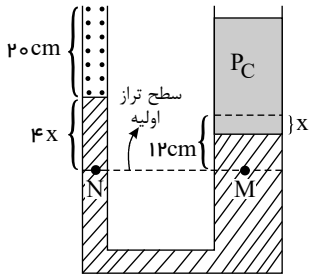


اکنون بعد از ریختن مایع C در شاخهٔ سمت راست مجدداً رابطهٔ هم‌فشاری نقاط M و N را می‌نویسیم. فرض می‌کنیم مایع A در شاخهٔ سمت راست به اندازهٔ x پایین بیاید.

$$P'_M = P'_N$$

$$\Rightarrow P_\circ + \rho_B g h_B + \rho_A g(۴x) = P_\circ + \rho_A g(۱۲ - x) + \rho_C g h_C$$

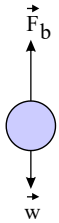
displaystyle \xrightarrow[{{h}_{C}}=25cm\,,\,{{\rho }_{C}}=4\,g/c{{m}^{3}}]{{{h}_{B}}=20\,cm\,,\,{{\rho }_{B}}=3\,g/c{{m}^{3}}\,,\,{{\rho }_{A}}=5\,g/c{{m}^{3}}} 3\times 20+5\times 4\times x=5(12-x)+4\times 25 \\\Rightarrow x=4cm\Rightarrow 4x=16cm



۴ - گزینه ۱ پس از پاره شدن نخ، نیروهای وارد بر گلوله، نیروی وزن و نیروی شناوری است. با توجه به این‌که $\rho_{\text{آب}} < \rho_{\text{گلوله}}$ است، جهت نیروی خالص وارد بر گلوله به طرف بالا است. از طرفی، اندازهٔ نیروی شناوری برابر با وزن آب جابه‌جا شده توسط گلوله است؛ بنابراین:

$$F_t = F_b - W = m_{\text{آب جابه‌جا شده}}\, g - m_{\text{جسم}}\, g$$

$$= \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب جابه‌جا شده}}\, g - \rho_{\text{جسم}} V_{\text{جسم}}\, g \xrightarrow{V_{\text{آب جابه‌جا شده}} = V_{\text{جسم}} = V} F_t = (\rho_{\text{آب}} - \rho_{\text{جسم}}) \times V \times g$$



پس از رسیدن گلوله به عمق $۱٫۸m$، گلوله مسافت $۵ - ۱٫۸ = ۳٫۲m$ را طی کرده است. طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_t = \frac{۱}{۲} m({v_۲}^۲ - {v_۱}^۲)$$

$$\Rightarrow F_t \times d = \frac{۱}{۲} \times (\rho_{\text{جسم}} \times V) \times ({v_۲}^۲ - ۰)$$

$$\Rightarrow (\rho_{\text{آب}} - \rho_{\text{جسم}}) \times V \times g \times ۳٫۲ = \frac{۱}{۲} \times \rho_{\text{جسم}} \times V \times {v_۲}^۲$$

$$\Rightarrow (۱ - ۰٫۸) \times V \times ۱۰ \times ۳٫۲ = \frac{۱}{۲} \times ۰٫۸ \times V \times {v_۲}^۲$$

$$\Rightarrow ۰٫۲ \times ۱۰ \times ۳٫۲ = ۰٫۴{v_۲}^۲ \Rightarrow {v_۲}^۲ = ۱۶ \Rightarrow v_۲ = ۴m/s$$

۵ - گزینه ۳ فشار هوای محبوس را با P و فشار هوای محیط را با $P_\circ$ نمایش می‌دهیم. $h_۱$ و $h_۲$ ارتفاع بالا رفتهٔ مایع است. داریم:

$$P + \rho_۱ g h_A = \rho_۱ g h_۱ + P_\circ$$

$$P = ۱۰۶kPa = ۱۰۶ \times ۱۰^۳ Pa$$

$$h_A = ۱m \ , \ \rho_۱ = ۱٫۲g/cm^۳ = ۱۲۰۰kg/m^۳$$

$$\Rightarrow ۱۰۶ \times ۱۰^۳ + ۱۲۰۰ \times ۱۰ \times ۱ = ۱۲۰۰ \times ۱۰ \times h_۱ + ۱۰^۵$$

$$\Rightarrow ۱۰۶ + ۱۲ = ۱۲h_۱ + ۱۰۰ \Rightarrow ۱۲h_۱ = ۱۸ \Rightarrow h_۱ = ۱٫۵m$$

$$P + \rho_۱ g h + \rho_۲ g h_B = \rho_۲ g h_۲ + P_\circ$$

$$h = ۲m \ , \ \rho_۲ = ۱٫۵g/cm^۳ = ۱۵۰۰kg/m^۳ \ , \ h_B = ۱m$$

$$\Rightarrow ۱۰۶ \times ۱۰^۳ + ۱۲۰۰ \times ۱۰ \times ۲ + ۱۵۰۰ \times ۱۰ \times ۱ = ۱۵۰۰ \times ۱۰ \times h_۲ + ۱۰^۵$$

$$\Rightarrow ۱۰۶ + ۲۴ + ۱۵ = ۱۵h_۲ + ۱۰۰ \Rightarrow ۱۵h_۲ = ۴۵ \Rightarrow h_۲ = ۳m$$

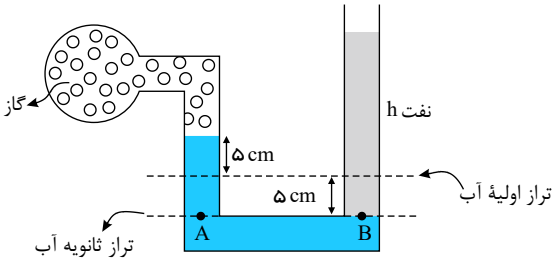
$$h_۱ + h_۲ = ۱٫۵ + ۳ = ۴٫۵m$$

۶ - گزینه ۳ آب در $۴^\circ C$ کمترین حجم خود و درنتیجه بیشترین چگالی خود را دارد، پس طبق اصل شناوری، حجم کمتری از مکعب چوبی داخل آب قرار می‌گیرد.

در فاصله‌های دمایی بیشتر نسبت به $4^\circ C$ حجم آب افزایش یافته و چگالی آن کاهش می‌یابد. به این ترتیب حجم بیشتری از چوب داخل آب قرار می‌گیرد.

۷ - گزینه ۴

در حالت اول چون سطح آب در حال تعادل در دو شاخه هم‌تراز است، بنابراین $(P_g)_1 = P_0$ می‌باشد. در حالت ثانویه، شکلی مانند شکل روبرو داریم:



به دلیل یکسان بودن سطح مقطع هر دو شاخه، در هر دوی آن‌ها آب به اندازهٔ ۵cm جابه‌جا می‌گردد. هم‌چنین ارتفاع نفت این‌گونه به‌دست می‌آید:

$$V_{\text{نفت}} = Ah_{\text{نفت}} \Rightarrow ۳۰ = ۲ \times h_{\text{نفت}} \Rightarrow h_{\text{نفت}} = ۱۵cm$$

$$\begin{cases} P_A = (P_g)_2 + (\rho gh)_{\text{آب}} \\ P_B = P_0 + (\rho gh)_{\text{نفت}} \end{cases} \xrightarrow{P_A = P_B} (P_g)_2 + (\rho gh)_{\text{آب}} = P_0 + (\rho gh)_{\text{نفت}}$$

$$\Rightarrow (P_g)_2 = P_0 + (\rho gh)_{\text{نفت}} - (\rho gh)_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow (P_g)_2 = P_0 + \underbrace{(۸ \times ۱۰^2 \times ۱۰ \times ۱۵ \times ۱۰^{-2})}_{۱۲۰۰} - \underbrace{(۱۰^3 \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-2})}_{۱۰۰۰} \Rightarrow (P_g)_2 = P_0 + ۲۰۰$$

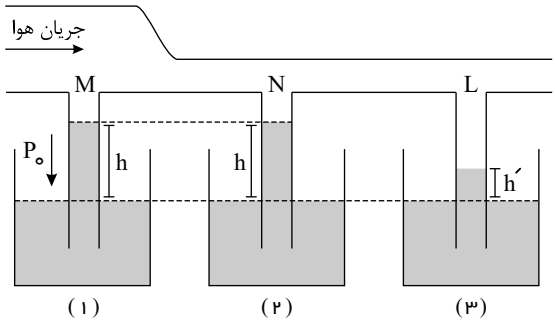
۸ - گزینه ۱ چون ظرف استوانه‌ای شکل است فشار ناشی از مایع در کف ظرف برابر است با:

$$P_{\text{ظرف}} = \frac{W_{\text{آب}} + W_{\text{یخ}}}{A}$$

از آن‌جا که با ذوب‌شدن جرم مجموعه تغییر نمی‌کند. بنابراین فشار ناشی از مایع در کف ظرف تغییر نمی‌کند.

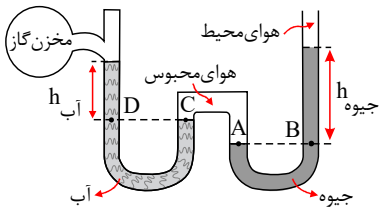
در ابتدا حجم استوانه برابر با مجموع حجم هوا، یخ و آب موجود در ظرف است. با ذوب شدن یخ حجم آن کاهش می‌یابد و با توجه به ثابت ماندن حجم استوانه، حجم هوای محبوس افزایش و لذا فشار هوا کاهش می‌یابد.

۹ - گزینه ۱ مطابق معادلهٔ پیوستگی، با کاهش سطح مقطع لوله، تندی شاره افزایش می‌یابد بنابراین در نقاط N و L تندی جریان هوا برابر و بیشتر از تندی جریان هوا در نقطهٔ M است. چون $v_M < v_N = v_L$ است، پس طبق اصل برنولی $P_M > P_N = P_L$ است.



$$P_0 = \rho_1 gh + P_M = \rho_2 gh + P_N = \rho_3 gh' + P_L \Rightarrow \rho_1 < \rho_2 < \rho_3$$

۱۰ - گزینه ۲



از برابری فشار در نقاط A و B $(P_A = P_B)$ و C و D $(P_C = P_D)$ استفاده می‌کنیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = \rho_{\text{جیوه}} gh_{\text{جیوه}} + P_{\text{هوای محیط}}$$

از طرفی:

$$\rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶ g/cm^3 = ۱۳۶۰۰ kg/m^3 \quad , \quad h_{\text{جیوه}} = ۵۰cm = ۰/۵m$$

بنابراین:

$$P_{\text{هوای محبوس}} = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۵ + ۱۰^5 = ۱۶۸۰۰۰ Pa$$

$$P_C = P_D \Rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = P_{\text{گاز درون مخزن}} + \rho_{\text{آب}} gh_{\text{آب}}$$

$$\rho_{\text{آب}} = ۱ g/cm^3 = ۱۰۰۰ kg/m^3 \quad , \quad h_{\text{آب}} = ۳۰cm = ۰/۳m$$

$\Rightarrow ۱۶۸۰۰۰ = P_{\text{گاز درون مخزن}} + ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳$

$\Rightarrow P_{\text{گاز درون مخزن}} = ۱۶۵۰۰۰Pa = ۱۶۵۰۰۰Pa \times (\frac{۱۰^{-۳}kPa}{۱Pa}) = ۱۶۵kPa$

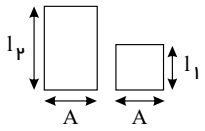
پاسخنامه کلیدی

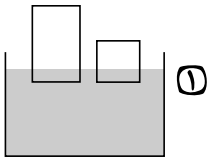
۱ - ۹	۴ - ۷	۳ - ۵	۲ - ۳	۲ - ۱
۲ - ۱۰	۱ - ۸	۳ - ۶	۱ - ۴	۱ - ۲

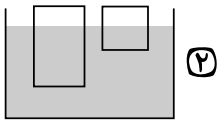
نام و نام خانوادگی:

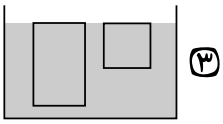
سید رضا علایی

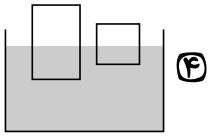
۱ – مطابق شکل مقابل، دو جسم هم‌جرم با سطح مقطع‌های برابر داریم. اگر دو جسم را روی سطح آب بگذاریم، کدام گزینه می‌تواند نشان‌دهندهٔ حالت قرار گرفتن دو جسم باشد؟ (چگالی هر دو جسم از آب کمتر است.)



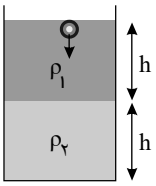
① 

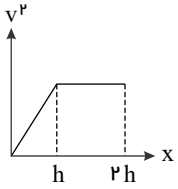
② 

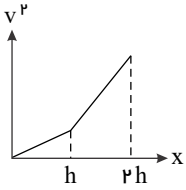
③ 

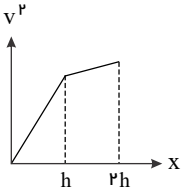
④ 

۲ – مطابق شکل مقابل، گلوله‌ای به جرم m را از سطح آزاد ظرفی که حاوی دو مایع مخلوط نشدنی به چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 می‌باشد، رها می‌کنیم تا به کف ظرف برسد. اگر تندی گلوله را با v نمایش دهیم، کدام نمودار مربع تندی گلوله را برحسب عمق به درستی نشان می‌دهد؟



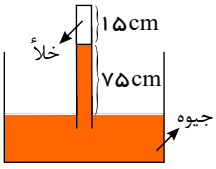
① 

② 

③ 

④ گزینه‌های (۱) و (۳) می‌توانند جواب باشند.

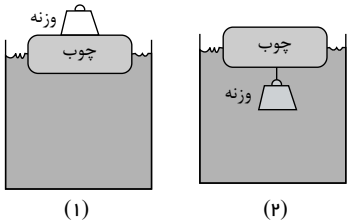
۳ – حداکثر نیرویی که انتهای لولهٔ شکل زیر می‌تواند از طرف جیوه تحمل کند، $۴N$ است. حداکثر چند سانتی‌متر می‌توان لوله را نسبت به سطح آزاد جیوهٔ درون ظرف، وارد ظرف کرد تا لوله آسیب نبیند؟ (سطح مقطع لوله $۲cm^۲$ است و هر $۱۰^۵Pa$ را معادل $۷۵cmHg$ در نظر بگیرید.)



① ۱۵ ② ۲۰

③ ۳۰ ④ ۶۰

۴ – با توجه به شکل‌های مقابل، در کدام حالت، چوب بیشتر در مایع فرو می‌رود؟



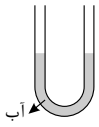
① حالت اول

② حالت دوم

③ در هر دو حالت به یک اندازه در مایع فرو می‌رود.

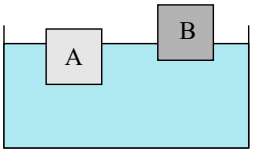
④ نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۵ – در یک شاخهٔ لولهٔ U شکل فرضی زیر که سطح مقطع آن در تمام طول لوله ثابت و برابر با $۲cm^۲$ است، مقداری روغن می‌ریزیم. اگر بعد از ایجاد تعادل، اختلاف سطح آزاد مایع‌ها در دو طرف لوله برابر با $۴۰cm$ شود، در این صورت چند گرم روغن در لوله ریخته‌ایم؟ $(\rho_{\text{روغن}} = ۰/۸\frac{g}{cm^۳} \ , \ \rho_{\text{آب}} = ۱\frac{g}{cm^۳})$



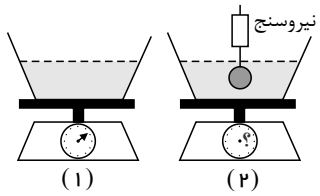
① ۱۶۰ ② ۳۲۰ ③ ۴۸۰ ④ ۶۰۰

۶- مطابق شکل زیر دو مکعب هم‌جنس A و B به جرم‌های m_A و m_B که بر روی سطح مایع شناورند، حجم ظاهری یکسانی دارند و درون یکی از مکعب‌ها حفره؟ خالی وجود دارد. اگر به ازای نیروهای قائم F_A و F_B دو مکعب به‌طور کامل داخل آب فرو روند، کدام گزینه؟ زیر صحیح است؟ (نیروی F_A به مکعب A و نیروی F_B به مکعب B وارد می‌شود.)



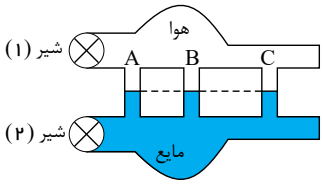
۱) $F_A > F_B, m_A > m_B$
۲) $F_A > F_B, m_A < m_B$
۳) $F_B > F_A, m_A > m_B$
۴) $F_B > F_A, m_A < m_B$

۷- ظرف آبی روی یک ترازو قرار دارد و ترازو ۲۰ نیوتون را نشان می‌دهد (شکل (۱)). اگر کره‌ای توپر با حجم $۲۰۰cm^۳$ و چگالی $۸\frac{g}{cm^۳}$ را که به نیروسنجی متصل است، مطابق شکل (۲) به درون آب فرو ببریم، اعدادی که نیروسنجی و ترازو در حالت تعادل نشان می‌دهند، برحسب نیوتون به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ $(\rho_{آب} = ۱\frac{g}{cm^۳}\ ,\ g = ۱۰\frac{N}{kg})$



۱) ۲۱٫۶ – ۱۵٫۴
۲) ۱۶ – ۱۴
۳) ۲۲ – ۱۴
۴) ۲۰ – ۱۶

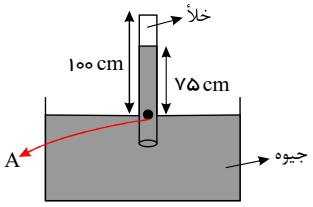
۸- در شکل زیر هنگامی که شیرهای (۱) و (۲) بسته‌اند، سطح مایع در لوله‌های A و B و C در تراز یکسانی قرار می‌گیرد. کدام گزینه صحیح است؟



۱) اگر شیر (۱) باز شود و جریان هوایی از چپ به راست ایجاد گردد، سطح مایع در لولهٔ B بالاتر از بقیهٔ لوله‌ها قرار می‌گیرد.
۲) اگر شیر (۱) باز شود و جریان هوایی از چپ به راست ایجاد گردد، سطح مایع در لولهٔ A بالاتر از بقیهٔ لوله‌ها قرار می‌گیرد.
۳) اگر شیر (۲) باز شود و جریانی پایا از مایع از چپ به راست ایجاد گردد، سطح مایع در لولهٔ B بالاتر از بقیهٔ لوله‌ها قرار می‌گیرد.
۴) اگر شیر (۲) باز شود و جریانی از مایع از چپ به راست ایجاد گردد، سطح مایع در لولهٔ C بالاتر از بقیهٔ لوله‌ها قرار می‌گیرد.

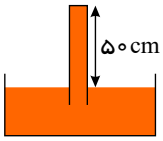
۹- در شکل زیر، لولهٔ قائم را به اندازهٔ ۶۰ درجه حول نقطهٔ A به‌صورت ساعتگرد می‌چرخانیم. اگر مساحت ته لوله $۱cm^۲$ باشد، اندازهٔ نیرویی که مایع به ته لوله وارد می‌کند، چند نیوتون می‌شود؟

$(\rho_{جیوه} = ۱۳٫۶g/cm^۳ \text{ و } g = ۱۰N/kg)$



۱) ۵٫۱
۲) ۱۰٫۲
۳) ۳٫۴
۴) ۶٫۸

۱۰- در شکل زیر طول قسمتی از لوله که بیرون از مایع در حالت تعادل قرار دارد ۵۰ سانتی‌متر است. اگر فشار هوای محیط $۷۰cmHg$ باشد، اندازهٔ نیرویی که از طرف مایع به ته لولهٔ قائم وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ (مساحت مقطع لوله را $۱۰cm^۲$ در نظر بگیرید، $\rho_{جیوه} = ۱۳٫۵\frac{g}{cm^۳}$، $\rho_{مایع} = ۲\frac{g}{cm^۳}$ و $g = ۱۰\frac{N}{kg}$)



۱) ۲۷
۲) ۸۴٫۵
۳) ۱۰
۴) ۹۴٫۵

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ چگالی هر دو جسم کم‌تر از آب است، بنابراین روی سطح آب شناور می‌مانند. هر دو جسم هم‌جرم هستند بنابراین طبق قانون دوم نیوتون برای شناور بودن روی سطح آب باید به یک اندازه به آن‌ها به سمت بالا نیرو وارد شود که طبق اصل ارشمیدس نیروی وارد شده به جسم برابر با وزن مایع جابه‌جا شده است. بنابراین مایع جابه‌جا شده در هر دو حالت با هم برابر است. یعنی حجمی از جسم که وارد آب شده در هر دو حالت برابر است. از طرفی با توجه به برابر بودن سطح مقطع دو جسم، هر دو جسم به یک اندازه در آب فرو می‌روند. در نتیجه گزینهٔ «۱» صحیح است.

۲ - گزینه ۴ هنگامی که گلوله را از سطح مایع ρ_1 رها می‌کنیم و به درون مایع فرو می‌رود، نیروی وزن آن از نیروی شناوری وارد بر گلوله از طرف مایع ρ_1 بیشتر است و با استفاده از قضیهٔ کار – انرژی جنبشی، تندی گلوله هنگامی که در مایع ρ_1 حرکت می‌کند برحسب x به‌صورت زیر می‌باشد.

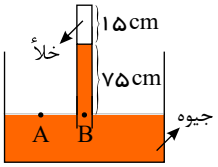
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W - F_{b_1} x = \frac{1}{2} m v^2 - 0$$
$$\Rightarrow v^2 = \frac{2(W - F_{b_1} x)}{m} \xrightarrow{W_{وزن} = mgx}$$
$$\Rightarrow v^2 = \frac{2(mg - F_{b_1})}{m} x$$

بنابراین v^2 برحسب x خطی می‌باشد.

حال هنگامی که گلوله به مرز جدایی دو محیط می‌رسد ممکن است نیروی شناوری وارد بر گلوله مایع ρ_2 برابر با وزن جسم باشد که در این حالت طبق قضیهٔ کار – انرژی جنبشی، تندی گلوله تا هنگامی که به کف ظرف می‌رسد ثابت می‌ماند یا اگر نیروی شناوری کمتر از وزن جسم باشد که در این صورت مانند حالت اول با رابطهٔ خطی افزایش پیدا می‌کند ولی دقت کنید در این حالت (مایع ρ_2) چگالی مایع و در نتیجه نیروی شناوری بیشتر است شیب نمودار کمتر از حالت اول می‌شود.

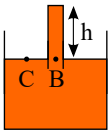
۳ - گزینه ۳ ابتدا فشار هوا را محاسبه می‌کنیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 = 75 cmHg$$



حال فرض کنیم که لوله را تا جایی درون ظرف فرو برده‌ایم که لوله پُر از جیوه شده است و نیروی $4N$ از طرف جیوه بر انتهای لوله وارد می‌شود:

$$F_{\text{وارد بر انتهای لوله}} = P_{\text{انتهای لوله}} \times A$$
$$4 = P_{\text{انتهای لوله}} \times 2 \times 10^{-4}$$



$$\Rightarrow P_{\text{انتهای لوله}} = 2 \times 10^4 Pa = 2 \times 10^4 Pa \times \frac{75 cmHg}{10^5 Pa} = 15 cmHg$$
$$P_C = P_B \Rightarrow P_0 = P_{\text{جیوه}} + P_{\text{انتهای لوله}} \Rightarrow 75 = h + 15 \Rightarrow h = 60 cm$$

بنابراین لوله را می‌توان حداکثر $30 cm$ $(75 + 15) - 60 = 30 cm$ درون ظرف وارد کرد.

۴ - گزینه ۱ در هر دو حالت نیروی شناوری برابر مجموع وزن وزنه و چوب است، پس بنابر اصل ارشمیدس وزن مایع جابه‌جا شده در هر دو حالت یکسان است، پس داریم:

$$W_{\text{مایع ۱}} = W_{\text{مایع ۲}} \Rightarrow m_1 g_{\text{مایع}} = m_2 g_{\text{مایع}} \Rightarrow m_{\text{مایع ۱}} = m_{\text{مایع ۲}}$$

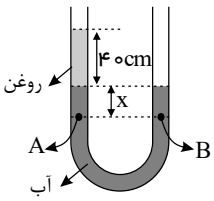
اکنون با توجه به رابطهٔ چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ می‌توان نوشت:

$$(\rho V_1)_{\text{مایع}} = (\rho V_2)_{\text{مایع}} \Rightarrow V_{\text{مایع ۱}} = V_{\text{مایع ۲}} \Rightarrow V_{\text{چوب ۱}} = V_{\text{وزنه}} + V_{\text{چوب ۲}} \Rightarrow V_{\text{چوب ۱}} > V_{\text{چوب ۲}}$$

پس در شکل (۱) چوب بیشتر در مایع فرو می‌رود.

۵ - گزینه ۲

در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن فشار برابر است، داریم:



$$P_A = P_B$$
$$\Rightarrow P_۰ + \rho_{روغن} g h_{روغن} = P_۰ + \rho_{آب} g h_{آب}$$
$$\Rightarrow \rho_{روغن} h_{روغن} = \rho_{آب} h_{آب}$$

$$\Rightarrow ۰/۸ \times (۴۰ + x) = ۱ \times x \Rightarrow x = ۰/۸x + ۳۲ \Rightarrow ۰/۲x = ۳۲ \Rightarrow x = \frac{۳۲}{۰/۲} = ۱۶۰cm$$

حال ارتفاع ستون روغن را می‌یابیم.

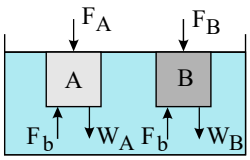
ارتفاع ستون روغن $= x + ۴۰ = ۱۶۰ + ۴۰ = ۲۰۰cm$

حجم روغن $= ۲۰۰ \times ۲ = ۴۰۰cm^۳$

جرم روغن : $m = \rho_{روغن} V_{روغن} = ۰/۸ \times ۴۰۰ = ۳۲۰g$

۶ - گزینه ۳ مکعبی که جرم کمتری دارد نیروی شناوری کمتری از طرف مایع به آن وارد می‌شود بنابراین حجم مایع جابه‌جا شده (حجمی از جسم که داخل مایع قرار گرفته) کمتر است لذا مکعب B دارای حفره است و بنابراین $m_A > m_B$ می‌باشد. با فرو رفتن کامل دو مکعب داخل مایع با توجه به اینکه حجم ظاهری دو مکعب یکسان است، بنابراین نیروی شناوری وارد به دو مکعب یکسان است از طرفی باتوجه به اینکه $W_A > W_B$ است بنابراین مطابق شکل داریم:

$$\begin{matrix} F_A + W_A = (F_b)_A \\ F_B + W_B = (F_b)_B \end{matrix} \xrightarrow[W_A > W_B]{(F_b)_A = (F_b)_B} F_A < F_B$$



۷ - گزینه ۳ وقتی تمام یا قسمتی از یک جسم در شاره‌ای فرو می‌رود، شاره نیرویی بالاسو (F_b) بر آن وارد می‌کند که با وزن شارهٔ جابجا شده توسط جسم برابر است. از طرفی حجم آب جابجا شده، برابر با حجم جسم است. بنابراین:

$$V_{آب\ جابجا\ شده} = v_{جسم} = ۲۰۰cm^۳$$
$$m_{آب\ جابجا\ شده} = \rho_{آب\ جابجا\ شده} V_{آب\ جابجا\ شده} = ۱ \frac{g}{cm^۳} \times ۲۰۰cm^۳ = ۲۰۰g = ۰/۲kg$$
$$F_b = وزن\ آب\ جابجا\ شده = m_{آب\ جابجا\ شده} g = ۰/۲ \times ۱۰ = ۲N$$

نیروسنج پیش از ورود جسم به آب، وزن جسم را نشان می‌داد. بنابراین:

$$F_{نیروسنج} = m_{جسم} g = (\rho_{جسم} V_{جسم}) g = (۸ \times ۱۰^۳ \times ۲۰۰ \times ۱۰^{-۶}) \times ۱۰ = ۱۶N$$

بنابراین عددی که نیروسنج در حالت دوم نشان می‌دهد برابر است با:

$$F'_{نیروسنج} = ۱۶ - ۲ = ۱۴N$$

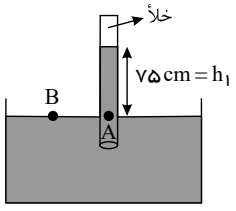
عکس‌العمل نیروی شناوری به آب وارد می‌شود و در نتیجه ترازو به اندازهٔ نیروی شناوری عدد بزرگتری را نشان می‌دهد. داریم:

$$F'_{ترازو} = F_{ترازو} + ۲ = ۲۰ + ۲ = ۲۲N$$

۸ - گزینه ۳ اگر شیر (۱) باز شود و جریان هوایی از چپ به راست ایجاد شود، طبق معادلهٔ پیوستگی چون سطح مقطع قسمت B بیشترین مقدار و سطح مقطع قسمت C کمترین مقدار را دارد، لذا تندی جریان هوا در قسمت B کمترین مقدار و در قسمت C بیشترین مقدار را دارد، لذا طبق اصل برنولی فشار هوا در مقطع B بیشترین مقدار و در مقطع C کمترین مقدار است، لذا ارتفاع مایع لوله‌ها به‌ترتیب به‌صورت $h_C > h_A > h_B$ خواهد بود. حال اگر شیر (۲) باز شود و جریانی از مایع برقرار شود در این حالت نیز طبق معادلهٔ پیوستگی تندی مایع زیر لولهٔ B کمترین مقدار را دارد؛ لذا طبق اصل برنولی فشار آن بیشترین مقدار می‌باشد و با استدلالی مشابه حالت قبل، در این حالت، ارتفاع مایع‌ها در لوله‌ها به‌ترتیب $h_B > h_A > h_C$ می‌باشد.

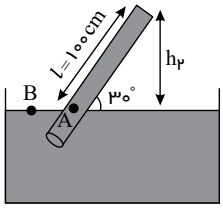
۹ - گزینه ۳

با استفاده از حالت اولیه می‌توان فشار هوا را به‌دست آورد:



$$P_B = P_A \Rightarrow P_۰ = \rho g h_۱ \qquad (۱)$$

بعد از چرخاندن لوله داریم:



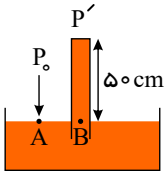
$h_۲ = \ell \sin ۳۰^\circ = ۱۰۰ \times \frac{۱}{۲} = ۵۰cm$

$P_B = P_A \Rightarrow P_۰ = \rho g h_۲ + P_{\text{له لوله}} \Rightarrow P_{\text{له لوله}} = P_۰ - \rho g h_۲$

$\xrightarrow{(۱)} P_{\text{له لوله}} = \rho g h_۱ - \rho g h_۲ \Rightarrow F_{\text{له لوله}} = P_{\text{له لوله}} \times A = \rho g (h_۱ - h_۲) A$

$= F_{\text{له لوله}} = ۱۳۶۰۰ \times ۱۰ \times (۰/۷۵ - ۰/۵) \times ۱۰^{-۴} = ۳/۴N$

۱۰ - گزینه ۲ با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع ساکن داریم:



$P_A = P_B \Rightarrow P_۰ = P_{\text{مایع}} + P'$

$\Rightarrow P' = P_۰ - P_{\text{مایع}}$

دقت کنید که فشار هوا $۷۰cmHg$ است، لذا داریم:

$P' = \rho_{\text{جیوه}} g h_{\text{جیوه}} - \rho_{\text{مایع}} g h_{\text{مایع}}$

$\Rightarrow P' = ۱۳۵۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۷۰}{۱۰۰} - ۲۰۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۵}{۱۰} = ۹۴۵۰۰ - ۱۰۰۰۰ \Rightarrow P' = ۸۴۵۰۰Pa$

اندازهٔ نیروی وارد بر ته لوله برابر است با:

$F = P'A = ۸۴۵۰۰ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۴} = ۸۴/۵N$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۳ - ۳	۵ - ۲	۷ - ۳	۹ - ۳
۲ - ۴	۴ - ۱	۶ - ۳	۸ - ۳	۱۰ - ۲

نام و نام خانوادگی:

سید رضا علایی

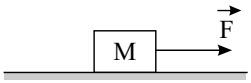
۱ - جسمی به جرم $۲kg$ را با تندی اولیهٔ $۱۰\frac{m}{s}$ در راستای قائم و به سمت بالا پرتاب می کنیم. اگر اندازهٔ نیروی مقاومت هوا ثابت و برابر با $۵N$ باشد، جسم با چه تندی‌ای برحسب متر بر ثانیه به مکان اولیه برمی‌گردد؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

① $\sqrt{۱۵}$ ② ۴ ③ $۲\sqrt{۱۵}$ ④ ۸

۲ - گلوله‌ای به جرم $۴kg$ با تندی اولیهٔ $۲۰\frac{m}{s}$ در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر حداکثر ارتفاع گلوله از محل پرتاب برابر باب ۱۰ متر باشد، کار نیروی مقاومت هوا در این جابه‌جایی چند ژول است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

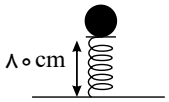
① -۱۲۰۰ ② -۴۰۰ ③ -۱۶۰۰ ④ -۸۰۰

۳ - نیروی افقی $\vec{F}$ مطابق شکل زیر، بر جسمی اعمال می‌شود و آن را روی سطح افقی به اندازهٔ d جابه‌جا می‌کند. اگر بزرگی نیروی $\vec{F}$ را ۴۰% افزایش دهیم و جسم را مجدداً همان میزان جابه‌جا کنیم، کار نیروی $\vec{F}$ به اندازهٔ $۸۰J$ افزایش می‌یابد. اگر در همان حالت اولیه نیروی $\vec{F}$ با افق زاویهٔ ۳۷° بسازد، و جسم در راستای افقی جابه‌جا شود کار این نیرو در همان میزان جابه‌جایی چند ژول خواهد بود؟ $(\cos ۳۷^\circ = ۰/۸ \ , \ \sin ۳۷^\circ = ۰/۶)$



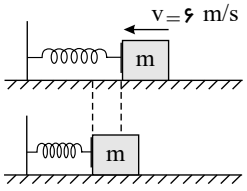
① ۲۰۰ ② ۱۶۰
③ ۱۲۰ ④ ۲۸۰

۴ - مطابق شکل زیر، توپی به جرم $۲kg$ روی فنر قائم فشرده شده‌ای در ارتفاع ۸۰ سانتی‌متری از سطح زمین قرار دارد و انرژی کشسانی ذخیره شده در فنر در این حالت $۱۰۰J$ است. با فرض این‌که تمام انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر تبدیل به انرژی جنبشی توپ شود، تندی توپ در ارتفاع ۵ متری از سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$ و اتلاف انرژی نداریم.)



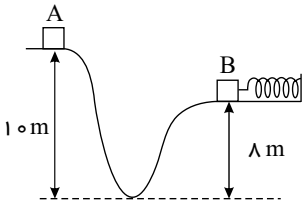
① صفر ② ۴ ③ ۱۴/۴ ④ ۱۰/۸

۵ - جسمی به جرم $۵۰۰g$ مطابق شکل با تندی $۶m/s$ به فنری برخورد کرده و آن را فشرده می‌کند. اگر بیشترین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانهٔ جسم - فنر $۷J$ باشد، کار نیروی اصطکاک از لحظهٔ برخورد جسم به فنر تا لحظهٔ توقف آن برحسب ژول کدام است؟



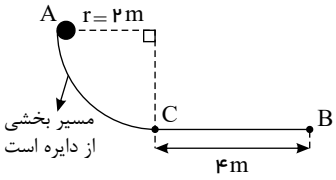
① ۱۶ ② -۱۶
③ ۲ ④ -۲

۶ - در شکل زیر، جسمی به جرم $۲kg$ از نقطهٔ A با تندی $۵\frac{m}{s}$ بر روی مسیر مشخص شده پرتاب می‌شود و با تندی $۴\frac{m}{s}$ به نقطهٔ B، می‌رسد. اگر اندازهٔ کار نیروهای اتلافی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B برابر با $۱۵J$ باشد، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر در لحظهٔ رسیدن جسم به نقطهٔ B، چند ژول است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



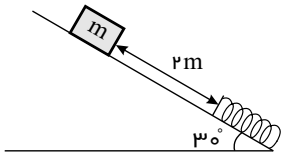
① ۱۹ ② ۳۴
③ ۴۹ ④ ۵۰

۷ - مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم ۲ کیلوگرم مسیر A تا B را روی سطح طی می‌کند. اگر مسیر A تا C بدون اصطکاک بوده و اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی در کل مسیر C تا B ثابت و برابر ۵ نیوتون باشد، کار کل نیروهای وارد بر گلوله در جابه‌جایی از A تا B چند ژول است؟ ($g = ۱۰\ N/kg$ و $\pi = ۳$)



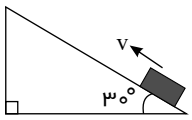
۱) ۵
۲) -۵
۳) ۲۰
۴) -۲۰

۸ - مطابق شکل زیر، جسمی به جرم m را روی سطح بدون اصطکاکی از حال سکون رها می‌کنیم. اگر پس از برخورد جسم به فنر، آن را نهایتاً $۵۰cm$ فشرده کند و انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر در این حالت برابر با $۴J$ باشد، جرم m چند گرم است؟ ($g = ۱۰N/Kg$ و جرم فنر ناچیز است.)



۱) ۰٫۲۳
۲) ۲۳۰
۳) ۰٫۳۲
۴) ۳۲۰

۹ - مطابق شکل، جسمی به جرم $۲kg$ را با تندی اولیهٔ $۱۲\frac{m}{s}$ روی سطح شیب‌داری به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. جسم روی سطح شیب‌دار بالا رفته و با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ به محل پرتاب بازمی‌گردد. اگر سطح شیب‌دار بدون اصطکاک بود، جسم چند متر بیشتر نسبت به حالت قبل می‌توانست روی سطح شیب‌دار بالا رود؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$)



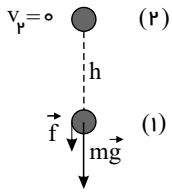
۱) ۱٫۱
۲) ۲٫۲
۳) ۱۲٫۲
۴) ۱۴٫۴

۱۰ - در شرایط خلأ، جسمی را از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌کنیم. اگر در لحظهٔ $t = ۱s$ جسم از ارتفاع $\frac{۸}{۹}h$ و در لحظهٔ $t = ۲s$ از ارتفاع $\frac{۵}{۹}h$ عبور کند، تندی جسم در لحظهٔ $t = ۲s$ چند برابر تندی آن در لحظهٔ $t = ۱s$ است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخنامه تشریحی

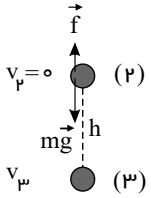
۱ – گزینه ۳ ابتدا محاسبه می‌کنیم که جسم تا چه ارتفاعی بالا می‌رود:



$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow -fh - mgh = ۰ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲$$

$$\Rightarrow ۵ \times h + ۲ \times ۱۰ \times h = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱۰^۲ \Rightarrow h = ۴m$$

حال قضیهٔ کار – انرژی جنبشی را بین بالاترین و پایین‌ترین نقاط مسیر برگشت، به کار می‌بریم:



$$W_t = K_۳ - K_۲ \Rightarrow -fh + mgh = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ - ۰$$

$$\Rightarrow -۵ \times ۴ + ۲ \times ۱۰ \times ۴ = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times v_۳^۲ \Rightarrow v_۳^۲ = ۶۰ \Rightarrow v_۳ = ۲\sqrt{۱۵}\frac{m}{s}$$

۲ – گزینه ۲ محل پرتاب را مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم. طبق قضیهٔ کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_{mg} + W_f = K_۲ - K_۱$$

$$\Rightarrow -mg\Delta h + W_f = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$

$$\Rightarrow -۴ \times ۱۰ \times ۱۰ + W_f = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times (۰ - ۲۰^۲) \Rightarrow W_f = -۴۰۰J$$

۳ – گزینه ۲ با افزایش ۴۰ درصدی نیرو داریم:

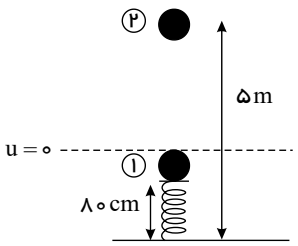
$$F_۲ = F_۱ + \frac{۴۰}{۱۰۰}F_۱ = \frac{۱۴۰}{۱۰۰}F_۱ = \frac{۷}{۵}F_۱$$

$$W_F = F \times d \Rightarrow \frac{W_{F_۲}}{W_{F_۱}} = \frac{F_۲}{F_۱} \Rightarrow \frac{W_{F_۱} + ۸۰}{W_{F_۱}} = \frac{۷}{۵} \Rightarrow W_{F_۱} = ۲۰۰J$$

مقدار اولیهٔ $W_{F_۱}$ برای حالتی است که زاویهٔ نیرو و جابه‌جایی صفر و $\cos\theta = ۱$ باشد. اگر نیرو با افق زاویهٔ ۳۷° بسازد، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} W_{F_۱} = F_۱ \times d \\ W'_{F_۱} = F_۱ \times d \times \cos ۳۷^\circ \end{cases} \Rightarrow W'_{F_۱} = W_{F_۱} \times \cos ۳۷^\circ = ۲۰۰ \times ۰/۸ = ۱۶۰J$$

۴ – گزینه ۲ به کمک قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_۲ = E_۱$$

$$mgh_۲ + \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ = u_۱$$

$$۲ \times ۱۰ \times ۴/۲ + \frac{۱}{۲} \times ۲ \times v_۲^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow v_۲ = ۴\frac{m}{s}$$

۵ – گزینه ۴ از قضیهٔ کار – انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{فنر}} + W_{\text{اصطکاک}} + W_{\text{وزن}} + W_{\text{عمودی سطح}} = \Delta K$$

از طرفی:

$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{کشسانی}} = -(U_۲ - U_۱) = -(۷ - ۰) = -۷J$$

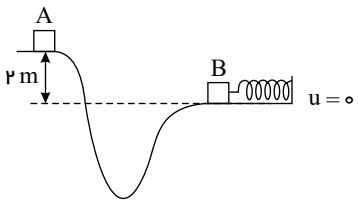
$$\Delta K = K_۲ - K_۱ = ۰ - \frac{۱}{۲} \times (۰/۵kg)(۶m/s)^۲ = -۹J$$

$$W_{\text{وزن}} = W_{\text{عمودی سطح}} = ۰$$

بنابراین:

$$-۷ + W_{\text{اصطکاک}} + ۰ + ۰ = -۹ \Rightarrow W_{\text{اصطکاک}} = -۲J$$

۶ - گزینه ۲



روش اول: طبق قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم: $E_B - E_A = W_{fk}$

اگر نقطهٔ B را محل مبدأ پتانسیل فرض کنیم: $h_A = ۲m, h_B = ۰$

$$\frac{۱}{۲}mv^۲ + U_{فنر} - (\frac{۱}{۲}mv^۲ + mgh) = -۱۵J$$

$$(۱۶ + U_{فنر}) - (۲۵ + ۴۰) = -۱۵ \rightarrow U_{فنر} = ۳۴J$$

روش دوم: به کمک قضیهٔ کار و انرژی داریم:

$$W_{کل} = \Delta k$$

$$W_{وزن} + W_{اتلاف} + W_{فنر} = \frac{۱}{۲}m(v_B^۲ - v_A^۲) \rightarrow +۲ \times ۱۰ \times ۲ + (-۱۵) + W_{فنر} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۴^۲ - ۵^۲)$$

$$W_{فنر} = -۳۴J$$

و از آنجایی که

$$\Delta U_{فنر} = -W_{فنر} = +۳۴J$$

۷ - گزینه ۳

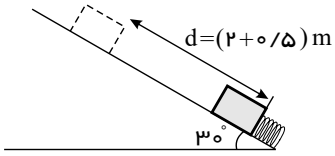
$$W_t = W_{f_k} + W_{mg} + W_N \xrightarrow{W_N = ۰} W_t = -f_k d_{CB} - mg\Delta h$$

$$= -۵ \times ۴ - ۲ \times ۱۰ \times (-۲) = -۲۰ + ۴۰ = ۲۰J$$

۸ - گزینه ۴

کار نیروی فنر در یک جابه‌جایی معین برابر با منفی تغییرات انرژی پتانسیل کشسانی فنر است. بنابراین:

$$W_{فنر} = -\Delta U_{کشسانی} = -۴J$$



در حالتی که فنر بیش‌ترین فشردگی را دارد. جابه‌جایی جسم روی سطح برابر با $d = ۲ + ۰/۵ = ۲/۵m$ است.

طبق قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم: $W_t = K_۲ - K_۱$

$$\rightarrow W_{mg} + W_{فنر} = ۰ \rightarrow mgd\cos ۶۰^\circ + W_{فنر} = ۰$$

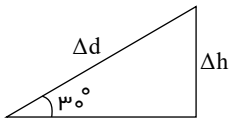
$$\rightarrow m \times ۱۰ \times ۲/۵ \times \frac{۱}{۲} - ۴ = ۰ \rightarrow m = ۰/۳۲kg = ۳۲۰g$$

۹ - گزینه ۲ با توجه به برابری کار نیروی اصطکاک در مسیرهای رفت و برگشت در حالت اول، اگر کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت را W_f در نظر بگیریم، با استفاده از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی، می‌توان نوشت:

$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow W_N + W_{mg} + ۲W_f = K_۲ - K_۱ \xrightarrow[W_{mg}=۰]{W_N=۰} ۲W_f = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times (۱۰^۲ - ۱۲^۲) \Rightarrow W_f = -۲۲J$$

پس $۲۲J$ از انرژی جنبشی اولیه که باید به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شد، به دلیل اصطکاک در مسیر رفت تلف شده است.

بنابراین کافی است محاسبه کنیم که $۲۲J$ انرژی معادل با چند متر افزایش ارتفاع در انرژی پتانسیل گرانشی است و سپس این افزایش ارتفاع را به جابه‌جایی در راستای سطح شیب‌دار تبدیل کنیم. داریم:



$$\Delta U = mg\Delta h \Rightarrow ۲۲ = ۲ \times ۱۰ \times \Delta h \Rightarrow \Delta h = ۱/۱m$$

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{\Delta h}{\Delta d} \Rightarrow ۰/۵ = \frac{۱/۱}{\Delta d} \Rightarrow \Delta d = ۲/۲m$$

۱۰ - گزینه ۲ با درنظر گرفتن سطح زمین به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در لحظهٔ آغاز حرکت، انرژی مکانیکی جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$E_۰ = U_۰ = mgh$$

در لحظهٔ $t = ۱s$ داریم:

$$E_۱ = K_۱ + U_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + \frac{۸}{۹}mgh$$

با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، داریم:

$$E_۰ = E_۱ \Rightarrow mgh = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + \frac{۸}{۹}mgh \Rightarrow v_۱ = \sqrt{\frac{۲}{۹}gh}$$

برای لحظهٔ $t = ۲s$، نیز داریم:

$$E_۲ = K_۲ + U_۲ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + \frac{۵}{۹}mgh$$

دوباره از اصل پایستگی انرژی مکانیکی استفاده می‌کنیم:

$$E_۰ = E_۲ \Rightarrow mgh = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + \frac{۵}{۹}mgh \Rightarrow v_۲ = \sqrt{\frac{۸}{۹}gh} \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \sqrt{۴} = ۲$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۳ - ۲	۵ - ۴	۷ - ۳	۹ - ۲
۲ - ۲	۴ - ۲	۶ - ۲	۸ - ۴	۱۰ - ۲

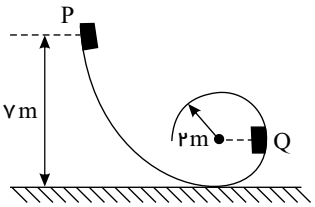
نام و نام خانوادگی:

سید رضا علایی

۱ - گلوله‌ای به جرم $۴۰۰g$ از ارتفاع ۴۰ متری سطح زمین با تندی اولیهٔ $۱۰\frac{m}{s}$ رو به پایین پرتاب شده و در نهایت با تندی $۲۰\frac{m}{s}$ به سطح زمین برخورد می‌کند. کار نیروی مقاومت هوا، از لحظهٔ پرتاب تا لحظهٔ رسیدن گلوله به زمین، چند ژول است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) -۱۰۰ ۲) -۷۵ ۳) -۵۰ ۴) -۲۰۰

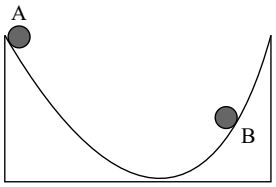
۲ - جسمی را از نقطهٔ P به فاصلهٔ ۷ متری از سطح زمین رها می‌کنیم تا مسیر انحنادار شکل زیر را بپیماید. چنان‌چه اصطکاک بین جسم و سطح ناچیز باشد، تندی جسم وقتی به نقطهٔ Q می‌رسد، چند متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$



۱) ۵ ۲) $۵\sqrt{۲}$

۳) ۱۰ ۴) $۱۰\sqrt{۲}$

۳ - مطابق شکل زیر، توپی به جرم $۴kg$ از نقطهٔ A با تندی $۸\frac{m}{s}$ روی سطح پرتاب می‌شود و پس از طی مسافت $۱۲m$، در نقطهٔ B متوقف می‌شود. اگر اندازهٔ کار نیروی وزن طی مسیر A تا B برابر با $۵۲J$ باشد، اندازهٔ نیروی اصطکاک متوسط در مسیر A تا B به‌طور متوسط چند نیوتون است؟



۱) ۱۲٫۵

۲) ۱۴

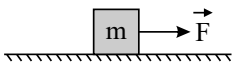
۳) ۱۵

۴) ۱۸

۴ - توان ورودی به یک پمپ برقی $۳kW$ و بازدهٔ آن ۸۰ درصد است. این پمپ در هر ثانیه چند کیلوگرم آب را با تندی ثابت در راستای قائم به اندازهٔ $۲۴m$ بالا می‌برد؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

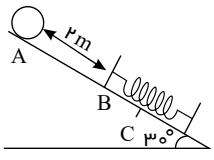
۵ - مطابق شکل زیر نیروی افقی $\vec{F}$ به جسمی به جرم $۲kg$ که روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد، وارد شده و آن را از حال سکون به حرکت درمی‌آورد و بعد از ۱۰ ثانیه تندی جسم به $۵m/s$ می‌رسد. توان متوسط نیروی $\vec{F}$ طی این مدت چند وات است؟



۱) ۲٫۵ ۲) ۱

۳) ۱٫۵ ۴) ۰٫۵

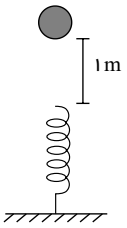
۶ - مطابق شکل زیر جسمی به جرم $۲۰۰g$ از نقطهٔ A روی سطح شیب‌داری رها شده و در نقطهٔ B به فنری برخورد کرده و پس از فشرده کردن آن، در نقطهٔ C متوقف می‌شود. اگر بیشترین میزان فشردگی فنر $۲۰cm$ باشد، کار نیروی فنر چند ژول است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$ و از کلیهٔ نیروهای اتلافی صرف‌نظر کنید.)



۱) $-۲٫۲$ ۲) ۲٫۲

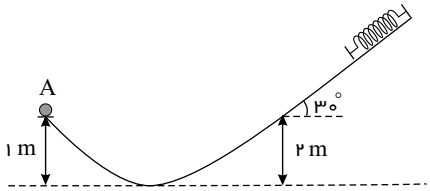
۳) -۲ ۴) ۲

۷ - مطابق شکل زیر جسمی به جرم ۲ کیلوگرم از فاصلهٔ یک‌متری انتهای آزاد فنر رها می‌شود. اگر بیشینهٔ انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در مجموعهٔ جسم و فنر $24J$ باشد، فنر حداکثر چند سانتی‌متر فشرده می‌شود؟ ($g = 10N/kg$ و از اصطکاک و مقاومت هوا و جرم فنر چشم‌پوشی شود.)



(۱) ۱۰ (۲) ۲۰
(۳) ۳۰ (۴) ۴۰

۸ - مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $2kg$ از نقطهٔ A با تندی اولیهٔ $7m/s$ پرتاب می‌شود و پس از برخورد با فنری به جرم ناچیز، آن را حداکثر $40cm$ فشرده می‌کند و حداکثر $10J$ انرژی پتانسیل کشسانی در فنر ذخیره می‌شود. کار نیروی اصطکاک روی جسم از لحظهٔ پرتاب تا لحظهٔ حداکثر فشردگی فنر چند ژول است؟ ($g = 10\,m/s^2$)

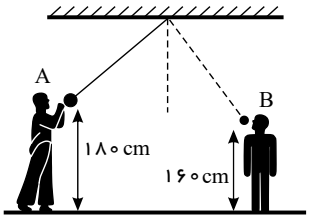


(۱) −۱۵ (۲) −۱۹
(۳) −۱۱ (۴) −۲۰

۹ - یک پمپ آب با توان ورودی $10kW$ و بازدهٔ 75% ، آب ساکن را از چاهی در عمق ۴۵ متری سطح زمین تا سطح زمین بالا آورده و آن را با تندی $10\frac{m}{s}$ از دهانهٔ چاه خارج می‌کند. چنانچه این پمپ آب به مدت ۲ دقیقه کار کند، چند متر مکعب آب از دهانهٔ چاه خارج می‌شود؟ ($g = 10\frac{m}{s^2}$ و $\rho_{\text{آب}} = 1\frac{g}{cm^3}$)

(۱) ۱۸۰۰ (۲) ۱٫۸ (۳) ۳۰۰۰ (۴) ۳

۱۰ - در شکل زیر، شخص A که فاصلهٔ نوک بینی او تا زمین $180\,cm$ است، گلوله‌ای را درست در برابر نوک بینی خود گرفته و آن را به سمت شخص B پرتاب می‌کند. اگر فاصلهٔ نوک بینی شخص B تا زمین $160cm$ بوده و ۲۰ درصد از انرژی اولیهٔ گلوله بر اثر مقاومت هوا تلف شود، حداکثر تندی پرتاب گلوله چند متر بر ثانیه باشد تا گلوله به شخص B اصابت نکند؟ ($g = 10\frac{m}{s^2}$ و سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر گرفته شود.)



(۱) ۰٫۲ (۲) ۰٫۴
(۳) ۴ (۴) ۲

پاسخنامه تشریحی

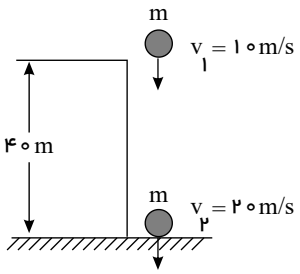
۱ - گزینه ۱ ابتدا انرژی مکانیکی را در نقطهٔ پرتاب و نقطهٔ برخورد به زمین به‌دست می‌آوریم. با در نظر گرفتن سطح زمین به‌عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، می‌توان نوشت:

$$E_۱ = K_۱ + U_{g,۱} = \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱$$

$$\Rightarrow E_۱ = [\frac{۱}{۲} \times m \times ۱۰۰] + [m \times ۱۰ \times ۴۰] = ۴۵۰m(J)$$

$$E_۲ = K_۲ + U_{g,۲} = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + ۰$$

$$\Rightarrow E_۲ = \frac{۱}{۲} \times m \times ۴۰۰ = ۲۰۰m(J)$$



اکنون اگر قانون پایستگی انرژی بین این دو نقطه را بنویسیم. داریم:

$$E_۲ - E_۱ = W_{\text{مقاومت هوا}}$$

$$\Rightarrow ۲۰۰m - ۴۵۰m = W_{\text{مقاومت هوا}} \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = -۲۵۰m \xrightarrow{m=۴۰۰g=۰/۴kg} W_{\text{مقاومت هوا}} = -۱۰۰J$$

۲ - گزینه ۳ با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_P = E_Q \Rightarrow K_P + U_P = K_Q + U_Q \Rightarrow ۰ + mgh_P = \frac{۱}{۲}mv_Q^۲ + mgh_Q$$

$$\Rightarrow v_Q^۲ = ۲g(h_P - h_Q) \Rightarrow v_Q^۲ = ۲ \times ۱۰ \times (۷ - ۲) = ۱۰۰ \Rightarrow v_Q = ۱۰\frac{m}{s}$$

۳ - گزینه ۳ کار نیروی اصطکاک برابر با تغییرات انرژی مکانیکی جسم است. بنابراین:

$$W_f = E_B - E_A \Rightarrow W_f = (K_B + U_B) - (K_A + U_A)$$

$$\xrightarrow{K_B=۰} W_f = (U_B - U_A) - \frac{۱}{۲}mv_A^۲ = -W_{AB} - \frac{۱}{۲}mv_A^۲ \Rightarrow W_f = -۵۲ - \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۸^۲ \Rightarrow W_f = -۱۸۰J$$

از طرفی با توجه به تعریف کار نیروی ثابت، می‌توان نوشت:

$$W_f = \bar{f}d\cos ۱۸۰^\circ \Rightarrow -۱۸۰ = \bar{f} \times ۱۲ \times (-۱) \Rightarrow \bar{f} = ۱۵N$$

۴ - گزینه ۲ ابتدا توان خروجی پمپ را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۸۰ = \frac{P_{\text{خروجی}}}{۳} \times ۱۰۰ \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = ۲/۴kW$$

چون پمپ آب را با تندی ثابت جابه‌جا می‌کند، اندزهٔ کاری که پمپ روی آب انجام می‌دهد با اندازهٔ کار نیروی وزن آب طی این جابه‌جایی یکسان است. بنابراین داریم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} \Rightarrow ۲۴۰۰ = \frac{m \times ۱۰ \times ۲۴}{۱} \Rightarrow m = ۱۰kg$$

۵ - گزینه ۱ چون تنها نیرویی که در راستای افقی بر جسم وارد می‌شود و طی جابه‌جایی افقی آن کار انجام می‌دهد، نیروی F است، در ابتدا کار نیروی $\vec{F}$ را با استفاده از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی طی این مدت می‌یابیم:

$$W_t = \Delta K = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \xrightarrow[v_۱=۰\ ,\ v_۲=۵\frac{m}{s}]{m=۲kg} W_t = \frac{۱}{۲} \times ۲(۲۵ - ۰)$$

$$W_t = ۲۵J \Rightarrow W_F = ۲۵J$$

حال با استفاده از تعریف توان یک نیرو داریم:

$$\overline{P} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{۲۵}{۱۰} \Rightarrow \overline{P} = ۲/۵W$$

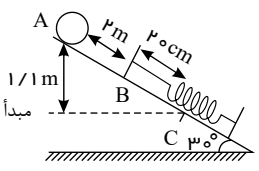
۶ - گزینه ۱ با استفاده از قانون پایستگی انرژی مکانیکی، برای دو نقطهٔ A و C داریم:

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C + (U_e)_C$$

اگر نقطهٔ C را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، $U_C = ۰$ خواهد شد.

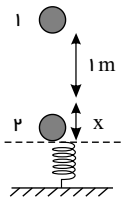
با توجه به اینکه ضلع روبه‌روی زاویهٔ ۳۰° نصف وتر است، پس فاصلهٔ عمودی نقطهٔ A تا C برابر $۱/۱m$ است، پس داریم:

$$mgh_A = (U_e)_C \Rightarrow ۰/۲ \times ۱۰ \times ۱/۱ = (U_e)_C \Rightarrow (U_e)_C = ۲/۲J$$



$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_e = -(U_{۲e} - U_{۱e}) \Rightarrow W_{\text{فنر}} = -۲/۲J$$

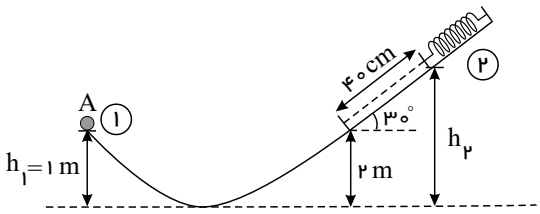
۷ - گزینه ۲ وقتی انرژی کشسانی فنر حداکثر می‌شود که جسم متوقف شود ($v=0 \to K=0$). با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی داریم (با فرض اینکه فنر به‌اندازه x فشرده شود):



$$\begin{cases} E_1 = E_2 \\ U_{g_{گرانشی}} = U_{e_{فنر}} \Rightarrow mgh = ۲۴ \xrightarrow{h=1+x} ۲ \times ۱۰(۱+x) = ۲۴ \Rightarrow x = ۰/۲m = ۲۰cm \end{cases}$$

۸ - گزینه ۱

$$h_2 = ۲ + ۰/۴ \sin ۳۰^\circ = ۲ + ۰/۴ \times \frac{۱}{۲} = ۲/۲m$$



$$W_f = E_2 - E_1 = (U_g + U_e + K)_2 - (U_g + K)_1$$

$$\Rightarrow W_f = (U_2 - U_1)_g + U_{e_2} - K_1$$

$$= mg(h_2 - h_1) + U_{e_2} - \frac{۱}{۲}mv_1^2$$

$$\Rightarrow W_f = ۲ \times ۱۰ \times (۲/۲ - ۱) + ۱۰ - \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۷^2$$

$$\Rightarrow W_f = ۲۴ + ۱۰ - ۴۹ = -۱۵J$$

۹ - گزینه ۲ هرگاه در مسأله‌ای توان مصرفی و راندمان دستگاهی داده شد رابطهٔ روبرو را به‌کار می گیریم:

$$Ra = \frac{\text{کار مفید}}{Pt} \times ۱۰۰ \to ۷۵ = \frac{m \times ۱۰ \times ۴۵ + \frac{۱}{۲}m \times ۱۰^2}{۱۰ \times ۱۰^3 \times ۲ \times ۶۰} \times ۱۰۰ \to m = ۱۸۰۰kg$$

سؤال حجم آب را خواسته پس به کمک رابطهٔ چگالی خواهیم داشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\rho_{آب} = ۱ \frac{g}{cm^3} = ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^3}} ۱۰۰۰ = \frac{۱۸۰۰}{V} \to V = ۱/۸m^3$$

۱۰ - گزینه ۴ حداکثر تندی پرتاب گلوله تا به شخص B اصابت نکند، مقداری است که به ازای آن سرعت گلوله در رسیدن به شخص B صفر شود.

$$E_B = E_A - \frac{۲۰}{۱۰۰}E_A = \frac{۸۰}{۱۰۰}E_A = ۰/۸\,E_A \Rightarrow U_B + K_B = ۰/۸\,(U_A + K_A)$$

$$\xrightarrow{k_B=0} mgh_B = ۰/۸\,(mgh_A + \frac{۱}{۲}mv_0^2) \Rightarrow gh_B = ۰/۸\,gh_A + ۰/۴\,v_0^2$$

$$\Rightarrow ۱۰ \times ۱/۶ = ۰/۸ \times ۱۰ \times ۱/۸ + ۰/۴\,v_0^2 \xrightarrow{\text{تقسیم بر } ۰/۴} ۱۰ \times ۴ = ۲ \times ۱۰ \times ۱/۸ + v_0^2$$

$$\Rightarrow ۴۰ = ۳۶ + v_0^2 \Rightarrow v_0^2 = ۴ \Rightarrow v_0 = ۲m/s$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۳ - ۳	۵ - ۱	۷ - ۲	۹ - ۲
۲ - ۳	۴ - ۲	۶ - ۱	۸ - ۱	۱۰ - ۴

نام و نام خانوادگی:

سید رضا علایی

۱ - برای اینکه سرعت وزنه‌ای با جرم معین از صفر به v برسد، باید کار W_1 روی آن انجام شود و برای اینکه سرعت این وزنه از v به $3v$ برسد، باید کار W_2 روی آن انجام شود. نسبت $\frac{W_2}{W_1}$ چقدر است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۸ ۴) ۹

۲ - توان تولیدی دو تلمبهٔ برقی A و B برابر با $2kW$ است ولی بازدهٔ تلمبهٔ A، ۲۵ درصد بیش‌تر از بازدهٔ تلمبهٔ B است. اگر تلمبهٔ A در هردقیقه یک متر مکعب آب را با تندی ثابت از عمق ۹ متری زمین به سطح زمین بیاورد، تلمبهٔ B در چند دقیقه این کار را انجام می‌دهد؟

$(g = 10\,m/s^2 \text{ و } \rho_{\text{آب}} = 1000\,kg/m^3)$

۱) ۱ ۲) ۱۵ ۳) ۳ ۴) ۱٫۵

۳ - رانندهٔ خودرویی به جرم ۲ تن که با سرعت $36km/h$ در یک مسیر مستقیم و افقی در حرکت است، با دیدن مانعی ترمز می‌کند. در اثر ترمز خودرو با طی مسافت ۴ متر می‌ایستد. نیروی اصطکاک وارد شده بر خودرو چند نیوتون است؟

۱) ۷۵۰۰ ۲) ۱۲۵۰۰ ۳) ۱۵۰۰۰ ۴) ۲۵۰۰۰

۴ - ماشین A در هر ساعت با مصرف $40kJ$ انرژی، $30kJ$ کار مفید انجام می‌دهد ولی ماشین B در هر ۲٫۵ ساعت با مصرف $80kJ$ انرژی، $56kJ$ کار مفید انجام می‌دهد. ماشین B در مقایسه با ماشین A دارای توان مصرفی ..... و بازدهٔ ..... است.

۱) بیشتر - بیشتر ۲) بیشتر - کمتر ۳) کمتر - کمتر ۴) کمتر - بیشتر

۵ - یک پمپ با بازدهٔ ۷۰ درصد و توان تولیدی $5kW$ در چه مدت زمانی بر حسب ثانیه، می‌تواند ۴۰۰ لیتر آب ساکن را از عمق ۳۰ متری به سطح زمین آورده و با تندی $10m/s$ درون مزرعه پرتاب کند؟ $(\rho_{\text{آب}} = 1g/cm^3, g = 10N/kg)$

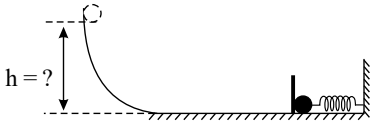
۱) ۲۰ ۲) ۳۰ ۳) ۵۰ ۴) ۴۰

۶ - یک پمپ آب در هر ساعت ۲۵۲ تن آب را تا ارتفاع ۱۲ متر بالا می‌کشد. اگر بازدهٔ پمپ ۸۰ درصد باشد، توان پمپ چند کیلووات است؟

$(g = 10\,m/s^2)$

۱) ۷٫۵ ۲) ۸ ۳) ۸٫۴ ۴) ۱۰٫۵

۷ - در شکل زیر مانع از حرکت گلولهٔ ۴ کیلوگرمی شده‌ایم و در این وضعیت، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانهٔ جسم – فنر، ۲۰۰ ژول است. اگر ناگهان مانع را از جلوی گلوله برداریم، گلوله حداکثر تا چه ارتفاعی (h) از سطح زمین برحسب متر بالا می‌رود؟ $(g = 10N/kg)$ و اصطکاک کلیهٔ سطوح و مقاومت هوا ناچیز است.)

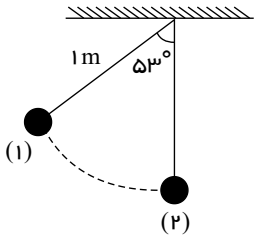


۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۸ - در شرایط خلاء دو گلوله به جرم‌های m و $2m$ را به‌ترتیب از ارتفاع‌های h و $2h$ و با تندی‌های اولیهٔ یکسان v_0 رو به پایین پرتاب می‌کنیم. اگر تندی برخورد گلوله‌ها به زمین به‌ترتیب v و v' باشد، کدام گزینه دربارهٔ حاصل $\frac{v'}{v}$ است؟ $(v_0 \neq 0)$

۱) برابر با $\sqrt{2}$ است. ۲) بیشتر از $\sqrt{2}$ است. ۳) برابر با ۱ است. ۴) کمتر از $\sqrt{2}$ است.

۹ - مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم ۲ کیلوگرم را به نخ سبکی به طول یک متر بسته و آن را از نقطهٔ (۱) رها می‌کنیم تا به پایین‌ترین نقطهٔ مسیر (نقطهٔ (۲)) برسد. کار نیروی وزن وارد بر گلوله در طی این مسیر و تندی آن در نقطهٔ (۲) به‌ترتیب از راست به چپ برحسب واحد SI کدام است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$، $\cos ۵۳^\circ = ۰/۶$ و مقاومت هوا ناچیز است.)



① -۸، $۲\sqrt{۲}$
② ۸، $۲\sqrt{۱۰}$
③ -۸، $۲\sqrt{۱۰}$
④ ۸، $۲\sqrt{۲}$

۱۰ - توپی به جرم $۴۰۰g$ از ارتفاع h از سطح زمین با تندی $۵\frac{m}{s}$ در راستای قائم به طرف پایین پرتاب می‌شود و پس از برخورد به زمین تا ارتفاع ۴ متری از سطح زمین بالا می‌آید. اگر با هر متر حرکت توپ، $۱J$ از انرژی آن تلف شود، ارتفاع h چند متر است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$)

① ۷/۵
② ۶
③ ۵
④ ۴

پاسخنامه تشریحی

۱ – گزینه ۳ با استنباط از متن تست داده‌شده چنین برمی‌آید W_1 و W_2 کار نیروی خالص وارد بر جسم است که تغییرات سرعت جسم منوط به انجام این کار است.

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \rightarrow \begin{cases} W_1 = \frac{1}{2}m(v^2 - 0^2) = \frac{1}{2}mv^2 \\ W_2 = \frac{1}{2}m((3v)^2 - v^2) = 4mv^2 \end{cases} \rightarrow \frac{W_2}{W_1} = 8$$

۲ – گزینه ۴

A بازدهٔ $-B$ بازدهٔ $= 0/25$

با توجه به رابطهٔ بازده برای تلمبه داریم:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{تولیدی}}} = \frac{\frac{mgh}{t}}{P_{\text{تولیدی}}}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$m = \rho V = 1000 \times 1 = 1000kg$$

$$\frac{mgh}{t_A} - \frac{mgh}{t_B} = 0/25 \times 2000$$

$$\Rightarrow \frac{10^3 \times 10 \times 9}{60} - \frac{10^3 \times 10 \times 9}{t_B} = 0/5 \times 10^3$$

$$\Rightarrow 1/5 - \frac{90}{t_B} = 0/5 \Rightarrow \frac{90}{t_B} = 1 \Rightarrow t_B = 90s = 1/5 \text{ min}$$

۳ – گزینه ۴

قضیهٔ کار و انرژی جنبشی : $W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{W_t = W_f} -f_k d = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$

$$\Rightarrow -f_k \times 4 = \frac{1}{2} \times 2000(0 - 10^2) \Rightarrow f_k = 25000\ N$$

۴ – گزینه ۳ با توجه به رابطهٔ توان، انرژی مصرفی را بر مدت‌زمان مصرف انرژی تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{matrix} (P_{\text{مصرفی}})_A = \frac{E_A}{t} = \frac{40}{1} = 40\ kJ/h \\ (P_{\text{مصرفی}})_B = \frac{E_B}{t} = \frac{80}{2/5} = 32\ kJ/h \end{matrix} \Rightarrow (P_{\text{مصرفی}})_A > (P_{\text{مصرفی}})_B$$

حال طبق رابطهٔ بازده داریم:

$$\begin{matrix} A \text{ بازدهٔ} = \frac{30}{40} = 0/75 \\ B \text{ بازدهٔ} = \frac{56}{80} = 0/7 \end{matrix} \Rightarrow A \text{ بازدهٔ} > B \text{ بازدهٔ}$$

۵ – گزینه ۴ با توجه به چگالی آب، جرم ۴۰۰ لیتر آب برابر با $400kg$ می‌باشد. از طرفی کار مفید پمپ صرف غلبه بر نیروی وزن و افزایش انرژی جنبشی می‌شود.

$$W_t = \Delta K \rightarrow W_{\text{مفید}} - mgh = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$
$$W_{\text{مفید}} = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = 400 \times 10 \times 30 + \frac{1}{2} \times 400 \times 100$$
$$\rightarrow W_{\text{مفید}} = 12 \times 10^4 + 2 \times 10^4 \rightarrow W_{\text{مفید}} = 14 \times 10^4\ J$$

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{t} = \frac{14 \times 10^4}{t}(W)$$

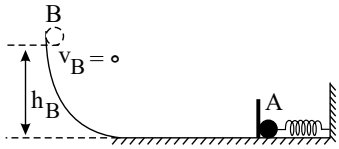
اکنون به کمک رابطهٔ بازده، توان کل پمپ را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \rightarrow \frac{70}{100} = \frac{14 \times 10^4}{t \times 5 \times 10^3} \rightarrow t = 40s$$

۶ – گزینه ۴ در اینجا کار مفید پمپ معادل کار انجام‌شده بر روی وزن آب است. بنابراین اگر بازده را با Ra نمایش دهیم، داریم:

$$Ra = \frac{mgh}{Pt} \Rightarrow \frac{80}{100} = \frac{252000 \times 10 \times 12}{P \times 3600} \Rightarrow P = 10/5kW$$

۷ – گزینه ۲ حداکثر ارتفاع گلوله، جایی است که $v_B = 0$ شود. بنابراین با در نظر گرفتن سطح زمین به‌عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی و با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_B = E_A \Rightarrow K_B + U_B = K_A + U_A$$
$$v_B = ۰ \Rightarrow K_B = ۰$$
$$v_A = ۰ \Rightarrow K_A = ۰$$
$$U_B = mgh_B$$
$$U_A = U_{\text{کشسانی}}$$
$$\Rightarrow mgh_B = U_{\text{کشسانی}}$$
$$\Rightarrow ۴ \times ۱۰ \times h_B = ۲۰۰ \Rightarrow h_B = ۵m$$

۸ - گزینه ۴ بدانیم اگر جسمی در شرایط خلاء سقوط کند:

اولا؛ سرعت نهایی برخوردش به زمین به جرم آن (m) وابسته نیست.

دوما؛ بین سرعت اولیه ($v_۱$) و نهایی ($v_۲$) آن رابطه زیر برقرار است:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = -۲g\Delta h$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l} \text{گلولهٔ اول}: v^۲ - v_۰^۲ = -۲g(۰ - h) \rightarrow v^۲ = v_۰^۲ + ۲gh \\ \text{گلولهٔ دوم}: v'^۲ - v_۰^۲ = -۲g(۰ - ۲h) \rightarrow v'^۲ = v_۰^۲ + ۴gh \end{array}\right\} \Rightarrow v^۲ < v'^۲ < ۲v^۲$$
$$\xrightarrow{\sqrt{\ }} v < v' < \sqrt{۲}v$$

وقتی سرعت v'، $\sqrt{۲}$ برابر v می‌شود که ارتفاع گلولهٔ دوم ۲ برابر و سرعت اولیه آن $\sqrt{۲}$ برابر گلولهٔ اول باشد.

۹ - گزینه ۴ می‌دانیم کار نیروی وزن وارد بر یک جسم به مسیر حرکت بستگی ندارد و همواره برابر است با:

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -mg(h_۲ - h_۱)$$

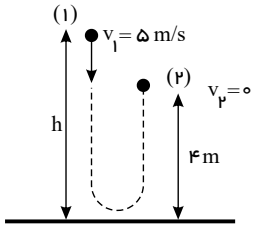
چنان‌چه نقطهٔ (۲) را مبدأ سنجش انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$h_۲ = ۰ \quad \text{و} \quad h_۱ = ۱ - (۱ \times \cos ۵۳^\circ) = ۰/۴m \Rightarrow W_{\text{وزن}} = -۲ \times ۱۰ \times (۰ - ۰/۴) = ۸J$$

از طرفی با توجه به ناچیز بودن مقاومت هوا، انرژی مکانیکی گلوله پایسته است. بنابراین:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲$$
$$\Rightarrow mgh_۱ + ۰ = ۰ + \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ \Rightarrow ۲ \times ۱۰ \times ۰/۴ + ۰ = ۰ + \frac{۱}{۲} \times ۲ \times v_۲^۲ \Rightarrow v_۲ = ۲\sqrt{۲}\frac{m}{s}$$

۱۰ - گزینه ۳ با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی، داریم:



$$W_f = E_۲ - E_۱ \Rightarrow W_f = (K_۲ + U_۲) - (K_۱ + U_۱)$$
$$\Rightarrow (h_۱ + h_۲) \times (-۱) = (۰ + mhg_۲) - (\frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱)$$
$$\Rightarrow -(h + ۴) = (۰/۴ \times ۱۰ \times ۴) - (\frac{۱}{۲} \times ۰/۴ \times ۵^۲ + ۰/۴ \times ۱۰ \times h) \Rightarrow h = ۵m$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۳ - ۴	۵ - ۴	۷ - ۲	۹ - ۴
۲ - ۴	۴ - ۳	۶ - ۴	۸ - ۴	۱۰ - ۳