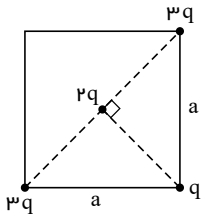
نام و نام خانوادگی:

سید رضا علایی

۱ – در شکل زیر، اندازهٔ برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q تقریباً چند برابر اندازهٔ برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $2q$ می‌باشد؟

($k = 9 \times 10^9 N \cdot m^2/C^2$، طول هر ضلع مربع a است و $\sqrt{2} \simeq 1/4$)



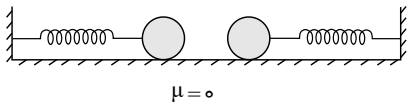
(۱) ۲٫۰۵ (۲) ۱٫۶۴

(۳) ۱ (۴) ۱٫۵۵

۲ – دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = 2q_1$ در فاصله‌ی r از هم قرار دارند و به هم نیروی دافعه وارد می‌کنند. چند درصد از بار q_2 را به q_1 منتقل کنیم تا در همان فاصله، نیروی دافعهٔ بین بارهای الکتریکی بیشینه شود؟

(۱) ۱۵ (۲) ۲۵ (۳) ۴۰ (۴) ۵۰

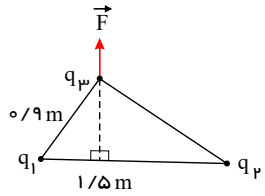
۳ – در شکل زیر، ثابت هر یک از فنرها با $100 N/m$ می‌باشد و دو گلولهٔ مشابه خنثی در حال تعادل، فاصله‌ای برابر $10 cm$ از یکدیگر دارند. اگر به گلوله‌ها بار الکتریکی یکسان بدهیم، در فاصلهٔ $30 cm$ از یکدیگر ثابت می‌مانند. اندازهٔ بار هر یک از گلوله‌ها چند μC است؟ ($k = 9 \times 10^9 N \cdot m^2/C^2$ و از نیروی گرانشی که گلوله‌ها بر هم وارد می‌کنند، صرف‌نظر کنید.)



(۱) ۱۰ (۲) ۵

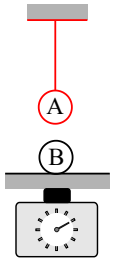
(۳) ۲۰ (۴) ۴۰

۴ – در شکل زیر سه بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌نام بر روی سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند. اگر اندازهٔ نیرویی که بار q_2 به بار q_3 وارد می‌کند برابر $12 N$ باشد، بزرگی $\vec{F}$ (نیروی خالص وارد بر بار q_3 واقع در رأس قائمه که در شکل مشخص شده است)، چند نیوتون است؟



(۱) ۲۰
(۲) ۱۶
(۳) ۲۸
(۴) ۲۱

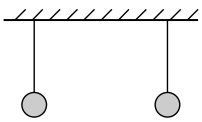
۵ – مطابق شکل، دو گلولهٔ کوچک A و B به جرم‌های مساوی و برابر ۳۰۰ گرم، یکی از آن‌ها از نخ ابریشمی آویزان و دیگری روی یک ترازوی فنری به حال تعادل قرار دارد. اگر بار هر گلوله $2\mu C$ و فاصلهٔ آن‌ها از هم $20 cm$ باشد، نیروی کشش نخ و عددی که ترازو نشان می‌دهد به ترتیب از راست به چپ چند نیوتون است؟ (از کلیهٔ اصطکاک‌ها و جرم نخ صرف‌نظر شود و $k = 9 \times 10^9 N \cdot m^2/C^2$ و $g = 10 N/kg$)



(۱) ۳٫۹ و ۲٫۱ (۲) ۲٫۱ و ۳٫۹

(۳) ۰٫۹ و ۱ (۴) ۱ و ۰٫۹

۶- در شکل زیر، دو کرهٔ کاملاً مشابه و بدون بار از جنس سرب و مس در کنار هم قرار گرفته‌اند. اگر این دو کره با دو پارچهٔ بدون بار از جنس کتان مالش داده شوند و باردار شوند، کدام گزینه رخ می‌دهد؟



جدول سری الکتریسیتهٔ مالش (تریبوالکتریک)

انتهای مثبت سری
سرب
پارچهٔ کتان
مس
انتهای منفی سری

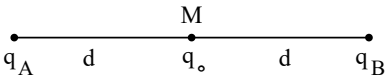
(۱) دو کره یکدیگر را جذب می‌کنند و به‌هم می‌چسبند.

(۲) دو کره یکدیگر را دفع می‌کنند.

(۳) دو کره ابتدا به‌هم نزدیک شده و در صورتی که تماس حاصل شود از هم دور می‌شوند و الزاماً در همان فاصلهٔ قبلی از هم قرار می‌گیرند.

(۴) دو کره ابتدا به‌هم نزدیک شده و در صورتی که تماس حاصل شود از هم دور می‌شوند و ممکن است در همان فاصلهٔ قبلی از هم قرار گیرند و یا در فاصلهٔ بیشتری نسبت به قبل از هم قرار گیرند.

۷- مطابق شکل زیر، برایند نیروهایی که بارهای نقطه‌ای q_A و q_B بر بار q_0 در نقطهٔ M وارد می‌کنند برابر با $\vec{F}$ است. اگر بار q_A خنثی شود، نیروی خالص الکتریکی وارد بر بار q_0 در نقطهٔ M بدون تغییر جهت برابر $\frac{\vec{F}}{2}$ می‌شود. در این صورت حاصل $\frac{q_A}{q_B}$ کدام است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) -1

(۴) -2

۸- دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌نام $q_1 = 10\mu C$ و q_2 در فاصلهٔ r به هم نیروی الکتریکی F را وارد می‌کنند. در صورتی که ۲۰ درصد از بار q_1 را برداریم و به بار q_2 اضافه کنیم، اندازهٔ نیرویی که دو بار در همان فاصله به یکدیگر وارد می‌کنند، $\frac{4}{3}F$ می‌شود. q_2 چند میکروکولن است؟

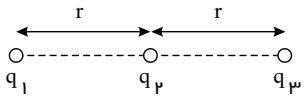
(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۸

(۴) $\frac{3}{4}$

۹- در شکل زیر، بزرگی برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 برابر با $60N$ است. اگر بار q_1 را حذف کنیم، بزرگی برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 برابر $20N$ شده و جهت نیروی الکتریکی برایند عکس می‌شود. حاصل $\frac{q_1}{q_3}$ کدام است؟



(۱) ۴

(۲) -4

(۳) ۳

(۴) -3

۱۰- اگر دو بار الکتریکی غیرهم‌نام q و $-q$ در فاصلهٔ d از هم نیروی جاذبهٔ الکتریکی ۳۰ نیوتون و دو بار هم‌نام Q و Q در فاصلهٔ d از هم نیروی دافعهٔ الکتریکی ۴۰ نیوتون را به هم وارد کنند، دو بار $(Q+q)$ و $(Q-q)$ در فاصلهٔ d چند نیوتون نیرو به هم وارد می‌کنند؟ ($q > 0$ و Q)

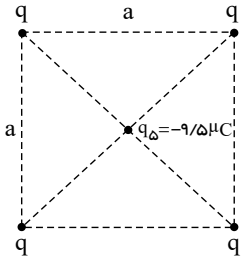
(۱) ۷۰

(۲) ۵۰

(۳) ۳۵

(۴) ۱۰

۱۱- در شکل مقابل، هر یک از بارهای الکتریکی مشابه q چند میکروکولن باشد تا برایند نیروهای وارد بر هر یک از بارها صفر باشد؟ ($\sqrt{2} \simeq 1/4$)



(۱) ۱۰

(۲) -10

(۳) ۱۸

(۴) -18

۱۲- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 10\mu C$ و $q_2 = 40\mu C$ در فاصلهٔ r از هم به یکدیگر نیروی دافعهٔ F وارد می‌کنند. چند درصد از بار q_2 برداشته و به بار q_1 دهیم تا در همان فاصلهٔ قبلی، بزرگی نیروی دافعهٔ بین دو بار به بیشترین حالت خود برسد؟

(۱) ۱۵

(۲) ۲۵

(۳) ۳۷/۵

(۴) ۵۰

۱۳ - دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 > 0$ و $q_2 = 4q_1$ در فاصلهٔ ۱۰ سانتی‌متری از یکدیگر قرار دارند. بار q_3 را در فاصلهٔ d از بار q_1 قرار می‌دهیم و هر سه بار در حال تعادل الکتروستاتیکی قرار می‌گیرند. به‌ترتیب از راست به چپ d چند سانتی‌متر و مقدار بار q_3 برحسب q_1 کدام است؟

① $\frac{20}{3}$, $-\frac{4}{9}q_1$

② $\frac{10}{3}$, $-\frac{4}{9}q_1$

③ $\frac{10}{3}$, $\frac{4}{9}q_1$

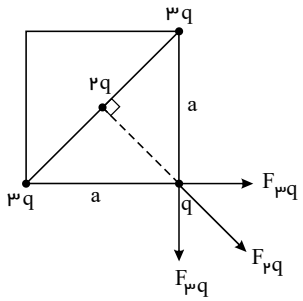
④ $\frac{20}{3}$, $\frac{4}{9}q_1$

پاسخنامه تشریحی

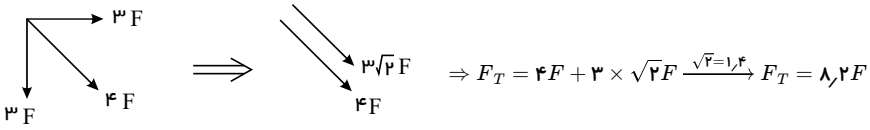
۱ - گزینه ۱ برایند نیروهای وارد بر بارهای q و $2q$ را به‌طور جداگانه حساب می‌کنیم:

برای ساده‌سازی اگر $F=\frac{kqq}{a^2}$ باشد، طبق نکتهٔ $F \propto q' \times \frac{1}{r^2}$ خواهیم داشت: $\begin{cases} F_{3q}=3F \\ F_{2q}=4F \end{cases}$

نیروی برایند وارد بر q



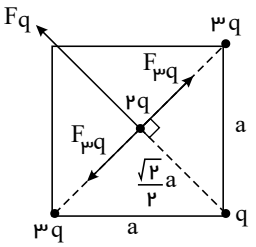
پس:



$$\Rightarrow F_T=4F+3\times\sqrt{2}F \xrightarrow{\sqrt{2}=1/4} F_T=8/2F$$

و برای بار $2q$ داریم:

برایند نیروی وارد بر $2q$



$$\begin{cases} F_{3q} \text{ها خنثی می‌شود} \\ F_q=4F \end{cases} \Rightarrow F_T=F_q=4F$$

سؤال نسبت نیروی برایند را خواسته است، پس:

$$\frac{F_{Tq}}{F_{T2q}}=\frac{8/2F}{4F}=2/05$$

۲ - گزینه ۲ هرگاه مجموع دو کمیت ثابت باشد، حاصل‌ضرب آنها زمانی بیشینه خواهد بود که دو مقدار با هم برابر باشند (این جا طبق پایستگی بار مجموع دو بار همواره ثابت است)

بنابراین نیروی کولنی بین دو بار باتوجه به رابطهٔ $F=k\frac{q'_1q'_2}{r^2}$ زمانی بیشینه است که $q'_1=q'_2$ باشد.

یعنی بار کل $q_1+q_2=q_1+2q_1=3q_1$ به یک اندازه بین بارها تقسیم شود.

$$q'_1=q'_2=\frac{3q_1}{2}$$

به عبارت دیگر بار جسم اول از q_1 به $\frac{3}{2}q_1$ افزایش یابد و به همین ترتیب بار جسم دوم از $2q_1$ به $\frac{3}{2}q_1$ کاهش یابد.

درصد تغییرات بار جسم اول $\frac{\Delta q}{q_1}\times 100=\frac{\frac{3}{2}q_1-q_1}{q_1}\times 100=\%50$

درصد تغییرات بار جسم دوم $\frac{\Delta q}{q_2}\times 100=\frac{\frac{3}{2}q_1-2q_1}{2q_1}\times 100=-\frac{1}{4}\times 100=-\%25$

۳ - گزینه ۱ در راستای افقی به هر یک از گلوله‌ها دو نیرو وارد می‌شود، نیروی دافعهٔ کولنی و نیروی فنر، چون گلوله‌ها در حال تعادل‌اند، اندازهٔ این دو نیرو با هم برابر است. اندازهٔ نیرویی که از طرف فنر فشرده به هر گلوله وارد می‌شود، برابر است با:

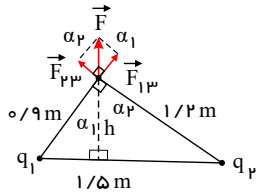
تغییر طول هر فنر : $x=\frac{30-10}{2}=10cm \rightarrow F_{فنر}=kx=100\times 0/1 \Rightarrow F_{فنر}=10N$

حال با استفاده از قانون کولن، می‌توان نوشت:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow 10=9\times 10^9\times\frac{q^2}{(3\times 10^{-1})^2}\Rightarrow q^2=10^{-10}\Rightarrow |q|=10\mu C$$

۴ - گزینه ۱

با توجه به شکل، طول ضلع سوم مثلث را به‌دست می‌آوریم:



$$r_{۲۳}=\sqrt{(۱/۵)^۲-(۰/۹)^۲}=۱/۲m$$

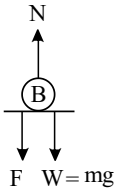
$$\begin{cases}\cos\alpha_۱=\frac{h}{۰/۹}\\ \cos\alpha_۲=\frac{h}{۱/۲}\end{cases}\quad\begin{cases}\cos\alpha_۱=\frac{F_{۱۳}}{F}\\ \cos\alpha_۲=\frac{F_{۲۳}}{F}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{\frac{h}{۰/۹}}{\frac{h}{۱/۲}}=\frac{\frac{F_{۱۳}}{F}}{\frac{F_{۲۳}}{F}}\Rightarrow\frac{۱/۲}{۰/۹}=\frac{F_{۱۳}}{F_{۲۳}}\Rightarrow\frac{F_{۱۳}}{F_{۲۳}}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow\frac{F_{۱۳}}{۱۲}=\frac{۴}{۳}\Rightarrow F_{۱۳}=۱۶N$$

$$\Rightarrow F=\sqrt{(F_{۱۳})^۲+(F_{۲۳})^۲}=\sqrt{(۱۶)^۲+(۱۲)^۲}=۲۰N$$

۵ - گزینه ۲ چون گلوله‌ها در حال تعادل هستند باید برآیند نیروی وارد بر آن‌ها صفر شود.

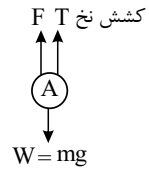
برای گلولهٔ B مطابق شکل نیروی وزن (W) رو به پایین، نیروی دافعهٔ کولنی از طرف گلولهٔ A رو به پایین، و نیروی عکس‌العمل عمودی سطح ترازو (N) رو به بالا وارد می‌شود. عدد ترازو همان نیروی عکس‌العمل عمودی سطح (ترازو) است.



$$F_{\text{خالص}}=۰\ \rightarrow\ +N-mg-F=۰$$

$$N=mg+F\ \xrightarrow[F=kq_Aq_B/r^۲]{m=۳۰۰g=۰/۳kg}\ N=۰/۳\times۱۰+\frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱۰^{-۶}\times۲\times۱۰^{-۶}}{(۲۰\times۱۰^{-۲})^۲}=۳/۹\,(N)$$

همینطور برای گلولهٔ A خواهیم داشت:



$$F_{\text{خالص}}=۰\Rightarrow+T+F-mg=۰$$

$$T=mg-F=۰/۳\times۱۰-۰/۹=۲/۱\,(N)$$

۶ - گزینه ۴ باتوجه به جدول تریبوالکتریک گلولهٔ سربی بار مثبت و گلولهٔ مسی بار منفی می‌گیرد. بنابراین این دو گوی یکدیگر را جذب می‌کنند. اگر نیروی کولنی آنقدر قوی باشد که گوی‌ها را به هم تماس دهد، بین دو گلوله بار جابه‌جا شده و بارهای یکدیگر را خنثی می‌کنند و در نهایت دو گلوله دارای بارهای یکسان می‌شوند. اگر مقدار بار اولیهٔ گلوله‌ها یکسان باشد بار نهایی آن‌ها صفر شده و در حالت تعادل قرار خواهند گرفت (در همان فاصلهٔ قبلی) و اگر بارهای اولیّهٔ گلوله‌ها یکسان نباشد پس از اتصال هر دو بار هم‌نوع خواهند گرفت، لذا از هم دور می‌شوند و در فاصله‌ای بیشتر از حالت اوّل قرار می‌گیرند.

۷ - گزینه ۳ در حالت اوّل داریم: $F_T=\vec{F}_A+\vec{F}_B=\vec{F}$ در حالت دوم با حذف بار q_A داریم: $F_T=\vec{F}_B=\frac{\vec{F}}{۲}$

با حل این دو رابطه خواهیم داشت: $\begin{cases}\vec{F}_B=\frac{\vec{F}}{۲}\\ \vec{F}_A=\frac{\vec{F}}{۲}\end{cases}$

اندازهٔ نیروی این دو بار باهم برابر است، فاصلهٔ آن‌ها نیز تا بار $q_۰$ یکسان است. بنابراین اندازهٔ بار آن‌ها نیز یکسان خواهد بود. $|q_A|=|q_B|$

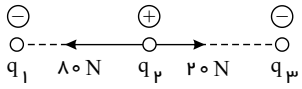
از طرفی چون نیروی هر دو هم‌جهت است (هر دو در جهت $\frac{\vec{F}}{۲}$ هستند) پس، در نقطهٔ M هر دو به‌سمت راست یا به‌سمت چپ هستند بنابراین یکی دافعه و یکی جاذبه است. نتیجه این‌که این دو بار ناهم‌نام هستند. پس: $\frac{q_A}{q_B}=-۱$

۸ - گزینه ۲ با توجه به رابطهٔ قانون کولن داریم:

$$\frac{\frac{۴}{۳}F}{F}=\frac{\frac{k۸(q_۲+۲)}{r^۲}}{\frac{k۱۰q_۲}{r^۲}}\Rightarrow\frac{۴}{۳}=\frac{۸(q_۲+۲)}{۱۰q_۲}\Rightarrow۴۰q_۲=۲۴q_۲+۴۸\Rightarrow۱۶q_۲=۴۸\Rightarrow q_۲=۳\mu C$$

۹ - گزینه ۱ بار $q_۲$ را مثبت فرض می‌کنیم.

با توجه به شکل: $F_{۱۲}=۸۰N \ , \ F_{۳۲}=۲۰N$



$$F_{۱۲}=۴F_{۳۲}\Rightarrow \frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}=۴\frac{|q_۳||q_۲|}{r^۲}\Rightarrow \left|\frac{q_۱}{q_۳}\right|=۴ \xrightarrow{\text{بارها همنام}} \frac{q_۱}{q_۳}=۴$$

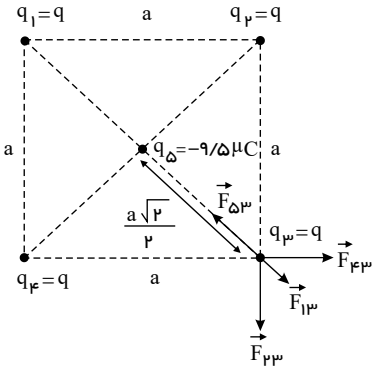
۱۰ - گزینه ۴ ابتدا رابطهٔ کولن را برای هر حالت می‌نویسیم:

$$F=\frac{kqq}{d^۲}=۳۰ \qquad F=\frac{kQQ}{d^۲}=۴۰$$

$$F=\frac{k(Q-q)(Q+q)}{d^۲}=\frac{kQ^۲-q^۲}{d^۲}=\frac{kQ^۲}{d^۲}-\frac{kq^۲}{d^۲}=۴۰-۳۰=۱۰\,(N)$$

۱۱ - گزینه ۱ یکی از بارهای واقع در رئوس مربع را در نظر می‌گیریم و نیروهای وارد بر آن را رسم می‌کنیم.

مطابق شکل، باید برایند نیروهای $\vec{F}_{۱۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$ و $\vec{F}_{۴۳}$ بتواند نیروی $\vec{F}_{۵۳}$ را خنثی کند. بنابراین باید بارهای مشابه q مثبت باشند. در این حالت داریم:



$$\begin{cases} q_۲=q_۴ \\ r_{۲۳}=r_{۴۳}=a \end{cases} \Rightarrow F_{۴۳}=F_{۲۳}=k\frac{|q_۲||q_۳|}{r_{۲۳}^۲}\Rightarrow F_{۴۳}=F_{۲۳}=\frac{kq^۲}{a^۲}$$

$$F_{۱۳}=k\frac{|q_۱||q_۳|}{r_{۱۳}^۲}\xrightarrow{r_{۱۳}=a\sqrt{۲}}F_{۱۳}=\frac{kq^۲}{۲a^۲}$$

اکنون برایند $\vec{F}_{۴۳}$ و $\vec{F}_{۲۳}$ را حساب می‌کنیم و با $\vec{F}_{۱۳}$ که هم جهت با آن است. جمع می‌کنیم:

$$F'=\sqrt{F_{۲۳}^۲+F_{۴۳}^۲}\xrightarrow{F_{۲۳}=F_{۴۳}}F'=\sqrt{۲}F_{۲۳}\Rightarrow F'=\sqrt{۲}\frac{kq^۲}{a^۲}$$

$$F''=F'+F_{۱۳}\Rightarrow F''=\sqrt{۲}\frac{kq^۲}{a^۲}+\frac{kq^۲}{۲a^۲}\Rightarrow F''=\frac{kq^۲}{a^۲}(\sqrt{۲}+\frac{۱}{۲})$$

در آخر F'' را مساوی $F_{۵۳}$ قرار می‌دهیم:

$$F_{۵۳}=F''\Rightarrow \frac{k|q_۵||q_۳|}{r_{۵۳}^۲}=F''\xrightarrow[|q_۳=q}^{r_{۵۳}=\frac{a\sqrt{۲}}{۲}}\frac{k|q_۵|\times q}{\frac{a^۲}{۲}}=\frac{kq^۲}{a^۲}(\sqrt{۲}+\frac{۱}{۲})$$

$$\Rightarrow ۲|q_۵|=q(\sqrt{۲}+\frac{۱}{۲})\xrightarrow[|q_۵|=۹/۵\mu C]{\sqrt{۲}=۱/۴}۲\times ۹/۵=q(۱/۴+۰/۵)\Rightarrow ۱۹=۱/۹q\Rightarrow q=۱۰\mu C$$

۱۲ - گزینه ۳ نکتهٔ خیلی مهم: هرگاه مقدار کل دو بار $q_۱$ و $q_۲$ ثابت باشد (یعنی باری خنثی نشود)، حداکثر مقدار عبارت $q_۱\times q_۲$ زمانی هست که آن دو برابر باشند $(q_۱=q_۲)$ بنابراین حداکثر نیروی کولنی $F=\frac{kq_۱q_۲}{r^۲}$ زمانیست که $q_۲=q_۱$ باشد.

در این تست اگر فرض کنیم مقدار x را از $q_۳$ برداریم و به $q_۱$ بدهیم داریم:

$$\begin{cases} q'_۲=q_۲-x=۴۰-x \\ q'_۱=q_۱+x=۱۰+x \end{cases}$$

طبق نکته‌ای که گفته شد برای حداکثر نیرو باید مقدار بارها مساوی شود پس:

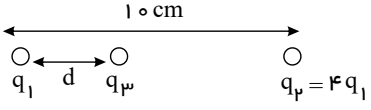
$$\rightarrow q'_۱=q'_۲\rightarrow ۱۰+x=۴۰-x\rightarrow x=۱۵\mu C$$

سوال گفته چند درصد از بار $q_۲$ را برداریم، کافیست پیدا کنیم: $x=۱۵\mu C$ چند درصد $q_۱=۴۰\mu C$ می‌شود. پس:

$$\frac{۱۵}{۴۰}=\frac{?}{۱۰۰}\rightarrow ?=۳۷/۵$$

۱۳ - گزینه ۲

برای اینکه هر سه بار در تعادل الکتروستاتیکی باشند باید $q_۳$ منفی باشد و بین دو بار مثبت قرار گیرد.



$q_۳$ تعادل بار: $\frac{\cancel{q_۲}}{d^۲} = \frac{۴\cancel{q_۲}}{(۱۰-d)^۲} \xrightarrow{\text{جذر}} d = \frac{۱۰}{۳} cm$

$q_۱$ تعادل بار: $\frac{|q_۳|}{d^۲} = \frac{۴q_۱}{۱۰^۲} \Rightarrow |q_۳| = \frac{۴q_۱ \times (\frac{۱۰}{۳})^۲}{۱۰^۲}$

$\Rightarrow |q_۳| = \frac{۴}{۹} q_۱ \Rightarrow q_۳ = -\frac{۴}{۹} q_۱$

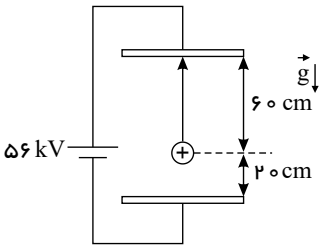
پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۳ - ۱	۵ - ۲	۷ - ۳	۹ - ۱	۱۱ - ۱	۱۳ - ۲
۲ - ۲	۴ - ۱	۶ - ۴	۸ - ۲	۱۰ - ۴	۱۲ - ۳	

نام و نام خانوادگی:

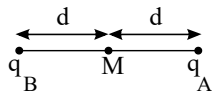
سید رضا علایی

۱ - در یک میدان الکتریکی یکنواخت مطابق شکل زیر، ذره‌ای به جرم $1g$ و بار الکتریکی $+1\mu C$ را با سرعت $4\frac{m}{s}$ به‌طرف بالا پرتاب می‌کنیم. پس از چند سانتی‌متر جابه‌جایی این ذره از حرکت می‌ایستد؟ ($g = 10\frac{m}{s^2}$، از کلیهٔ نیروهای اتلافی صرف‌نظر شود.)



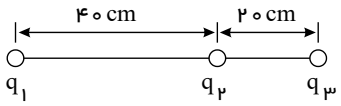
① ۱
② ۲
③ ۵
④ ۱۰

۲ - مطابق شکل زیر، دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_A و $q_B = -4q_A$ در دو نقطه ثابت شده‌اند. اگر بار q_B به نقطهٔ M منتقل شود، نقطه‌ای که میدان الکتریکی برایند حاصل از دو بار برابر با صفر است، نسبت به حالت قبل چقدر و در چه جهتی جابه‌جا می‌شود؟



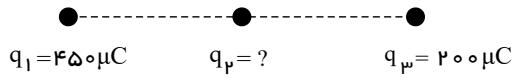
① $\frac{d}{2}$، راست
② $\frac{d}{2}$، چپ
③ d، راست
④ d، چپ

۳ - در شکل زیر، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای نقطه‌ای q_1، q_2 و q_3 برابر صفر است. حاصل $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟



① -4
② ۴
③ ۹
④ -9

۴ - در شکل زیر، برآیند نیروهای وارد بر هر یک از بارها برابر صفر است. بار q_2 چند میکروکولن است؟

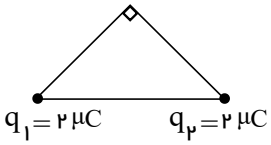


① ۷۲
② -72
③ ۴۸
④ -48

۵ - دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 1/2q$ و $q_2 = 6q$ در فاصلهٔ r از هم قرار دارند. چند درصد از بار q_2 را به q_1 بدهیم تا اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو بار در همان فاصله بیشینه شود؟

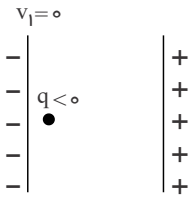
① ۱۰
② ۲۰
③ ۴۰
④ ۶۰

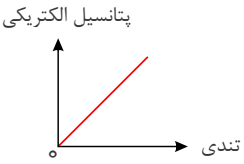
۶ - مطابق شکل مقابل بارهای الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = q_2 = 2\mu C$ در دو سر وتر یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین ثابت شده‌اند. در وسط وتر مثلث بار نقطه‌ای q_3 را قرار می‌دهیم تا برایند میدان‌های الکتریکی در رأس قائمهٔ مثلث صفر شود، بار q_3 چند میکروکولن است؟

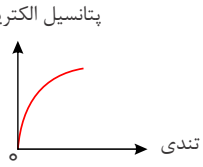


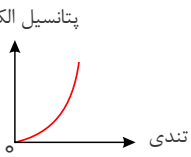
① $-\sqrt{2}$
② $2\sqrt{2}$
③ $\sqrt{2}$
④ $-2\sqrt{2}$

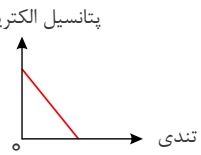
۷ – در شکل زیر، دو صفحهٔ رسانای موازی با بارهای الکتریکی هم‌اندازه و ناهم‌نام قرار دارد. اگر پتانسیل الکتریکی صفحهٔ سمت چپ را صفر در نظر بگیریم و ذره‌ای با بار منفی را از مجاورت همین صفحه رها کنیم، نمودار پتانسیل الکتریکی نقاطی که این ذره از آن‌ها عبور می‌کند برحسب تندی ذره در آن نقاط کدام است؟ (از وزن ذره صرف‌نظر شود و اصطکاک ناچیز است.)



① 

② 

③ 

④ 

۸ – چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

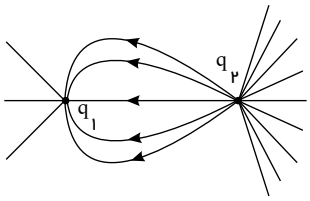
– بار الکتریکی در یک جسم رسانای متقارن به طور یکنواخت در سطح داخلی و خارجی آن توزیع می‌شود.

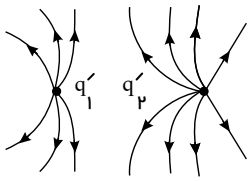
– تراکم بار الکتریکی در نقاط تیز سطح جسم رسانای باردار از دیگر نقاط دیگر آن بیشتر است.

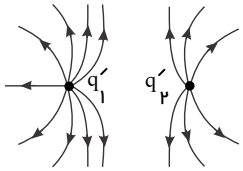
– معمولاً شخصی که در داخل اتومبیل است یا هواپیما است از خطر آذرخش در امان می‌ماند.

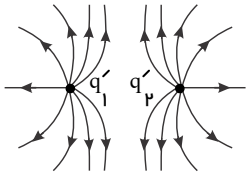
① ۱ ② صفر ③ ۳ ④ ۲

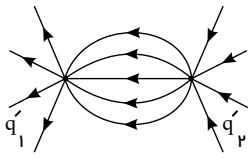
۹ – خطوط میدان الکتریکی در اطراف دو کرهٔ رسانای کوچک باردار مطابق شکل زیر می‌باشد. اگر دو کره را در یک لحظه با یکدیگر تماس دهیم و پس از برقراری تعادل دوباره به فاصلهٔ قبلی برگردانیم، کدام گزینه خطوط میدان را در اطراف دو کره به‌درستی نشان می‌دهد؟



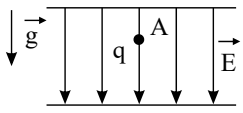
① 

② 

③ 

④ 

۱۰ – در شکل زیر، ذره‌ای با بار الکتریکی $q=-2\mu C$ و جرم $2g$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت به بزرگی $5\times10^3\frac{N}{C}$ از نقطهٔ A رها می‌شود. اندازهٔ شتاب حرکت این ذره در SI و جهت آن کدام است؟ $(g=10\frac{N}{kg})$

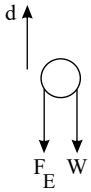


① ۵، به سمت بالا ② ۲٫۵، به سمت بالا ③ ۵، به سمت پایین ④ ۲٫۵، به سمت پایین

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴

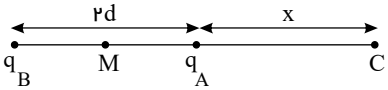
$$F_t = F_E + W = E|q| + mg \xrightarrow{E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}} \frac{۵۶۰۰۰}{۸۰ \times ۱۰^{-۲}} \times ۱ \times ۱۰^{-۶} + ۱ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰ = ۸ \times ۱۰^{-۲} N$$

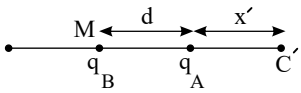


$$W_t = \Delta K \Rightarrow -F_t \cdot d = \frac{۱}{۲} m(\underbrace{v_۲^۲}_{۰} - v_۱^۲) \Rightarrow -۸ \times ۱۰^{-۲} \times d = \frac{۱}{۲} \times (۱ \times ۱۰^{-۳})(۰ - ۴^۲) \Rightarrow d = ۱۰^{-۱} m = ۱۰ cm$$

۲ - گزینه ۴ برای هر دو حالت، مکان نقطه‌ای که برایند دو میدان صفر می‌شود را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{k|q_B|}{(۲d+x)^۲} = \frac{k|q_A|}{x^۲} \Rightarrow \frac{|q_B|}{|q_A|} = (\frac{۲d+x}{x})^۲ \xrightarrow{q_B=-۴q_A} ۲ = \frac{۲d+x}{x} \Rightarrow x = ۲d$$





$$\frac{k|q_B|}{(d+x')^۲} = \frac{k|q_A|}{x'^۲} \Rightarrow \frac{|q_B|}{|q_A|} = (\frac{d+x'}{x'})^۲ \xrightarrow{q_B=-۴q_A} ۲ = \frac{d+x'}{x'} \Rightarrow x' = d$$

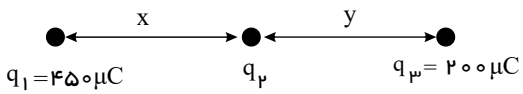
بنابراین نقطه‌ای که میدان الکتریکی برایند حاصل از دو بار برابر با صفر می‌شود، به اندازهٔ d به سمت چپ جابه‌جا می‌شود.

۳ - گزینه ۴ تعادل بار $q_۳$ را در نظر می‌گیریم:

$$F_{۱۳} = F_{۲۳} \Rightarrow \frac{|q_۱|}{۶۰^۲} = \frac{|q_۲|}{۲۰^۲} \Rightarrow \frac{|q_۱|}{q_۲} = (\frac{۶۰}{۲۰})^۲ = ۹ \xrightarrow[\text{هر سه بار}]{\text{برای تعادل}} \frac{q_۱}{q_۲} = -۹$$

دقت کنید برای تعادل هر سه بار، قطعاً باید $q_۱$ و $q_۳$ هم‌نام باشند و $q_۲$ ناهم‌نام با آنها باشد.

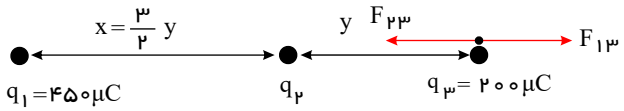
۴ - گزینه ۲ ابتدا شرط صفر بودن برآیند نیروهای وارد بر $q_۲$ را بررسی می‌کنیم تا نسبت فاصله‌ها بدست آید.



$$F_{۱۲} = F_{۳۲}$$

$$\frac{kq_۱q_۲}{x^۲} = \frac{kq_۳q_۲}{y^۲} \xrightarrow{\text{ساده } q_۲,k} \frac{۴۵۰}{x^۲} = \frac{۲۰۰}{y^۲} \rightarrow \frac{۹}{x^۲} = \frac{۴}{y^۲} \xrightarrow{\sqrt{}} \frac{۳}{x} = \frac{۲}{y} \rightarrow x = \frac{۳}{۲}y$$

حالا شرط صفر شدن برآیند نیروهای وارد بر $q_۳$ (و یا $q_۱$) را بررسی کنیم.



شرط خلاف جهت بودن نیروها: چون $F_{۱۳}$ دافعه است، $F_{۲۳}$ باید جاذبه باشد تا برآیند یکدیگر را خنثی کنند پس بار $q_۲$ باید منفی باشد (ردّ گزینه‌های ۱ و ۳).

از طرفی هم باید نیروها هم‌اندازه باشند، پس:

$$F_{۲۳} = F_{۱۳}$$

$$\frac{kq_۲q_۳}{y^۲} = \frac{kq_۱q_۳}{(x+y)^۲} \xrightarrow{x=\frac{۳}{۲}y} \frac{|q_۲|}{y^۲} = \frac{۴۵۰}{(\frac{۵}{۲}y)^۲} \rightarrow |q_۲| = \frac{۴۵۰}{\frac{۲۵}{۴}} = ۷۲\mu C \xrightarrow{q_۲ \text{منفی بود}} q_۲ = -۷۲\mu C$$

۵ - گزینه ۳ برای این که نیروی الکتریکی بین دو بار بیشینه شود باید اندازهٔ بارها با هم برابر شوند. (تا حاصل‌ضرب آن‌ها بیشینه شود.)

$$q'_۲ = q'_۱ \Rightarrow ۶q - x(۶q) = ۱/۲q + x(۶q) \Rightarrow ۱۲xq = ۴/۸q$$

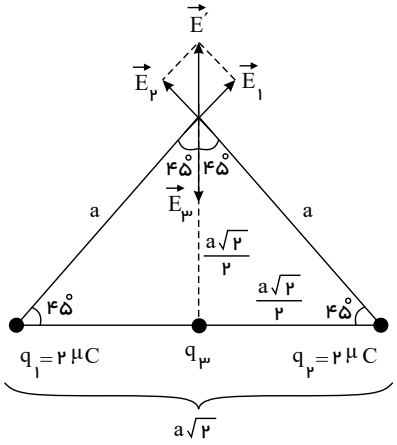
$$\Rightarrow x = ۰/۴ \xrightarrow{\times ۱۰۰} x = ۴۰\%$$

۶ - گزینه ۱ ابتدا اندازه و جهت میدان الکتریکی هر یک از بارهای الکتریکی را در رأس قائمهٔ مثلث تعیین می‌کنیم و سپس اندازهٔ برایند میدان‌های الکتریکی بارهای $q_۱$ و $q_۲$ را برابر با اندازهٔ میدان الکتریکی بار $q_۳$ قرار می‌دهیم. دقت کنید با توجه به شکل، چون بردار $\vec{E}_۳$ هم‌راستا و در سوی مخالف برایند $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ است، باید بار $q_۳$ منفی باشد.

$$\begin{cases} q_۱ = q_۲ = ۲\mu C \\ r_۱ = r_۲ = a \end{cases} \Rightarrow E_۱ = E_۲ = k\frac{q_۱}{r_۱^۲} \Rightarrow E_۱ = E_۲ = \frac{kq_۱}{a^۲}$$

برایند $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ که زاویهٔ بین آن‌ها ۹۰° است، برابر است با:

$$E' = \sqrt{E_۱^۲ + E_۲^۲} \xrightarrow{E_۱ = E_۲} E' = E_۱\sqrt{۲}$$



شرط صفر شدن میدان الکتریکی برایند در رأس قائمهٔ مثلث قائم‌الزاویه برابر بودن $E_۳$ و E' است.

$$E_۳ = E' \Rightarrow k\frac{|q_۳|}{r'^۲} = E_۱\sqrt{۲} \xrightarrow{r' = \frac{a\sqrt{۲}}{۲}} k\frac{|q_۳|}{\frac{a^۲}{۲}} = k\frac{|q_۱|}{a^۲} \times \sqrt{۲}$$

$$|q_۳| = |q_۱|\frac{\sqrt{۲}}{۲} \xrightarrow{q_۱ = ۲\mu C} |q_۳| = ۲\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow |q_۳| = \sqrt{۲}\mu C \xrightarrow{q_۳ < ۰} q_۳ = -\sqrt{۲}\mu C$$

۷ - گزینه ۳ از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی کمک می‌گیریم.

$$W_t = \Delta K$$

$$q\Delta V = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲) \xrightarrow[V_۱ = ۰]{v_۱ = ۰} qV = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲) \Rightarrow V = (\frac{m}{۲q})v^۲$$

رابطهٔ V برحسب v به‌صورت سهمی است. (شیب نمودار $y = x^۲$)

۸ - گزینه ۴ تمام جمله‌ها درست هستند.

بار الکتریکی در اجسام رسانا در سطح خارجی آنها توزیع می‌شود.

۹ - گزینه ۳ با توجه به شکل، $q_۲$ بار مثبت با اندازهٔ بزرگ‌تر و $q_۱$ بار کوچک‌تر و منفی است. پس از تماس، هر دو کره دارای بار مثبت و هم‌اندازه می‌شوند.

۱۰ - گزینه ۳

$$\left.\begin{array}{l} F_E = E|q| = ۲ \times ۱۰^{-۶} \times ۵ \times ۱۰^۳ = ۱۰^{-۲}N \\ W = mg = ۲ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰ = ۲ \times ۱۰^{-۲}N \end{array}\right\} \Rightarrow W > F_E$$

$$F_t = ma \Rightarrow ۲ \times ۱۰^{-۲} - ۱۰^{-۲} = ۲ \times ۱۰^{-۳} \times a \Rightarrow a = ۵\frac{m}{s^۲}$$

پس حرکت ذره به طرف پایین است.

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۴	۳ - ۴	۵ - ۳	۷ - ۳	۹ - ۳
۲ - ۴	۴ - ۲	۶ - ۱	۸ - ۴	۱۰ - ۳

نام و نام خانوادگی:

سید رضا علایی

۱ - خازن تخت شارژشده‌ای را که بین صفحات آن هوا قرار دارد، از مولد جدا می‌کنیم. اگر بدون تغییر سایر مشخصات، فاصلهٔ بین صفحات این خازن را ۲ برابر کنیم، انرژی ذخیره شده در آن به اندازهٔ $۱۰۰\mu J$ و اختلاف پتانسیل دو سر آن به اندازهٔ ۵ ولت تغییر می‌کند. بار الکتریکی ذخیره شده در خازن چند میکروکولن است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

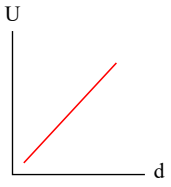
۲ - اگر فاصلهٔ بین دو صفحهٔ خازن تخت پر شده‌ای را کم کنیم، به‌ترتیب از راست به چپ، ظرفیت و بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحهٔ آن چگونه تغییر می‌کند؟

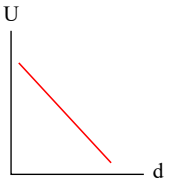
۱) کاهش، افزایش
۲) افزایش، افزایش
۳) کاهش، ثابت
۴) افزایش، ممکن است ثابت بماند یا افزایش یابد.

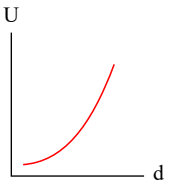
۳ - ظرفیت خازن تختی $۲۳\mu F$ است. اگر بار الکتریکی ذخیره شده در آن ۳۰% افزایش یابد، انرژی ذخیره شده در این خازن $۵۴\mu J$ افزایش می‌یابد. بار ذخیره شدهٔ اولیهٔ خازن چند μC است؟ (پدیدهٔ فروشکست رخ نمی‌دهد و ظرفیت خازن تغییری نکرده است.)

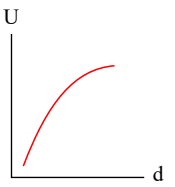
۱) ۳ ۲) ۳۰ ۳) ۶ ۴) ۶۰

۴ - یک خازن را توسط باتری شارژ می‌کنیم و پس از جدا کردن خازن از باتری، فاصلهٔ بین صفحات خازن را افزایش می‌دهیم. نمودار انرژی ذخیره شده در خازن برحسب فاصلهٔ بین صفحات آن مطابق کدام گزینه است؟

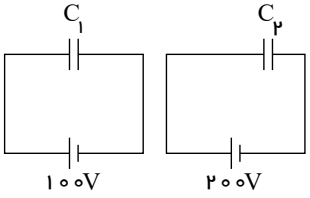
۱) 

۲) 

۳) 

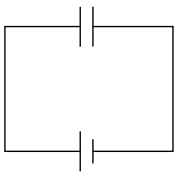
۴) 

۵ - در مدارهای سادهٔ زیر، انرژی ذخیره شده در خازن $C_۱$، ۳۰ درصد انرژی ذخیره‌شده در خازن $C_۲$ است. اگر دو خازن را خالی کرده و جای آن‌ها را عوض کنیم، نسبت انرژی ذخیره شده در خازن $C_۲$ به انرژی ذخیره شده در خازن $C_۱$ کدام است؟



۱) $\frac{۲۴}{۵}$ ۲) $\frac{۶}{۵}$ ۳) $\frac{۵}{۶}$ ۴) $\frac{۵}{۲۴}$

۶ - در شکل زیر فاصلهٔ بین صفحات خازن، هوا است. اگر فاصلهٔ بین صفحات خازن را ۲۰ درصد افزایش دهیم و سپس فاصلهٔ بین صفحات را از دی الکتریکی با ثابت ۶ پُر کنیم، انرژی ذخیره شده در خازن چند برابر می‌شود؟



۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) ۴ ۴) ۵

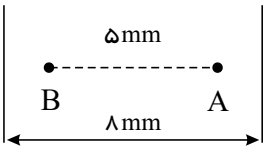
۷ - صفحه‌های یک خازن تخت را که ضریب دی‌الکتریک آن $k = ۲/۱$ و فاصلهٔ بین صفحه‌های آن $۴/۲mm$ است به اختلاف پتانسیل $۲۲۰V$ متصل کرده‌ایم. اگر در همین حالت دی‌الکتریک را از بین صفحه‌های خازن خارج کنیم، فاصلهٔ بین صفحه‌های خازن را چند میلی‌متر و چگونه تغییر دهیم تا انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره شده در خازن ثابت بماند؟

۱) ۲/۲، کاهش دهیم. ۲) ۲/۲، افزایش دهیم. ۳) ۲، کاهش دهیم. ۴) ۲، افزایش دهیم.

۸ - خازنی به ظرفیت $۶\mu F$ را با اختلاف پتانسیل $۱۰V$ پُر می‌کنیم. اگر خازن را از مولد جدا و دی‌الکتریکی با ثابت ۲ را بین صفحه‌های خازن قرار دهیم، انرژی آن چگونه تغییر می‌کند؟

① $۱۵۰\mu J$ کاهش می‌یابد. ② $۱۵۰\mu J$ افزایش می‌یابد. ③ $۳۰۰\mu J$ افزایش می‌یابد. ④ $۳۰۰\mu J$ کاهش می‌یابد.

۹ - ذره‌ای با بار الکتریکی $-۲pC$ و جرم ۰٫۲ میلی‌گرم در میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحات یک خازن تخت شارژ شده، از حال سکون و از نقطهٔ A رها شده و با تندی $۰٫۱m/s$ از نقطهٔ B عبور می‌کند. اگر ظرفیت خازن برابر با $۲nF$ باشد، بار الکتریکی ذخیره شده روی صفحات خازن چند میکروکولن است؟ (از نیروی وزن صرف نظر کنید.)



① ۱٫۶ ② ۴
③ ۸ ④ ۳٫۲

۱۰ - خازن تختی که عایق بین صفحات آن هواست، به مولد متصل است و انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در آن برابر با U است. اگر در این حالت فاصلهٔ دو صفحه‌اش را سه برابر کرده و سپس آن را از مولد جدا کنیم و پس از آن، بین دو صفحهٔ خازن را به‌طور کامل با عایقی به ضریب دی‌الکتریک ۲ پر کنیم، انرژی الکتریکی ذخیره‌شده در خازن چند برابر U خواهد شد؟

① ۶ ② $\frac{۱}{۶}$ ③ $\frac{۲}{۳}$ ④ $\frac{۳}{۲}$

۱۱ - ظرفیت خازنی $۲\mu F$ و بار الکتریکی ذخیره‌شده در آن Q است. اگر $۱\mu C$ بار الکتریکی را از صفحهٔ منفی جدا کرده و به صفحهٔ مثبت منتقل کنیم، انرژی ذخیره شده در آن به اندازهٔ $۴\mu J$ افزایش می‌یابد. بار Q چند میکروکولن است؟

① ۵ ② ۸ ③ ۶٫۵ ④ ۷٫۵

۱۲ - یک خازن به اختلاف پتانسیل ثابتی متصل است و بار ذخیره شده در آن برابر $۱۲\mu c$ است. اگر ظرفیت خازن را $۲\mu F$ افزایش دهیم و اختلاف پتانسیل دو سر آن را یک ولت تغییر دهیم، بار ذخیره شده در خازن تغییر نمی‌کند، انرژی ذخیره شده در خازن در حالت دوم چند میکروژول است؟

① ۱۲ ② ۴۸ ③ ۲۵۲ ④ ۱۵۰

۱۳ - فاصلهٔ صفحات یک خازن تخت به ظرفیت $۱۰\mu F$ برابر یک میلی‌متر است. این خازن را به وسیلهٔ یک مولد ۱۰۰ ولتی شارژ کرده و سپس از مولد جدا می‌کنیم. اگر فاصلهٔ میان صفحات را ۰٫۲ میلی‌متر افزایش دهیم، انرژی الکتریکی ذخیره شده در خازن چند ژول تغییر می‌کند؟

① ۶×۱۰^{-۲} ② ۵×۱۰^{-۲} ③ $۱۰^{-۲}$ ④ ۱۱×۱۰^{-۲}

۱۴ - اگر برای انتقال ۵×۱۰^{۱۶} الکترون از صفحهٔ مثبت به صفحهٔ منفی یک خازن با ظرفیت $۱۰\mu F$ با تندی ثابت، $۲۰J$ انرژی احتیاج باشد، بار اولیهٔ خازن چند میلی‌کولن بوده است؟ $(e = ۱٫۶\times ۱۰^{-۱۹}C)$

① ۲۱ ② ۴۲ ③ ۲۵ ④ ۵۰

۱۵ - خازنی مسطح و باردار که از مولد جدا شده است دارای ظرفیت $۶\mu F$ است. اگر $-۶mC$ بار الکتریکی را از صفحهٔ منفی خازن جدا کرده و به صفحهٔ مثبت منتقل کنیم، انرژی ذخیر شده در خازن به اندازهٔ $۹J$ کاهش می‌یابد. بار اولیهٔ خازن چند میلی کولن بوده است؟ (با جابه‌جا کردن بارها، علامت بار صفحات خازن تغییر نمی‌کند.)

① ۶ ② ۶×۱۰^{-۳} ③ ۱۲ ④ ۱۲×۱۰^{-۳}

۱۶ - بار ذخیره شده در یک خازن تخت $۵nC$ و مساحت هریک از صفحات آن $۲۰mm^۲$ است، اگر بار الکتریکی $q = ۱۸nC$ در فضای بین صفحات خازن قرار گیرد نیروی الکتریکی که از طرف خازن به این بار وارد می‌شود چند نیوتون است؟ $(\varepsilon_۰ = ۹\times ۱۰^{-۱۲}\frac{C^۲}{N\cdot m^۲})$ و فضای بین صفحات خازن خلأ است.)

① ۰٫۳ ② ۱ ③ ۰٫۵ ④ ۰٫۲

۱۷ - در اثر افزایش ۱۰ ولتی اختلاف پتانسیل دو سر یک خازن، بار ذخیره شده در خازن به اندازهٔ $۸۰nC$ و انرژی ذخیره‌شده در آن به اندازهٔ $۱۲۰۰nJ$ افزایش می‌یابد. اختلاف پتانسیل ثانویهٔ (نهایی) دو سر خازن چند ولت است؟

① ۱۵ ② ۲۰ ③ ۲۵ ④ ۳۰

۱۸ - انرژی ذخیره شده در خازن تختی، که بین صفحات آن خلأ است برابر $۲ \times ۱۰^{-۴}J$ است. برای قرار دادن عایقی با ضریب دی‌الکتریک k در این خازن، $+۶ \times ۱۰^{-۴}J$ کار انجام شده است. نوع اتصال این خازن و ضریب k به‌ترتیب کدام است؟

① متصل به مولد - ۳ ② متصل به مولد - ۴ ③ جدا از مولد - ۴ ④ جدا از مولد - ۳

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳

$$U=\frac{۱}{۲}\frac{q^۲}{C}\xrightarrow{\text{ثابت}q}\frac{U'}{U}=\frac{C}{C'}=\frac{d'}{d}\Rightarrow\frac{U'}{U}=۲\xrightarrow{U'=U+۱۰۰}۲U=U+۱۰۰\Rightarrow U=۱۰۰\mu J$$

$$C=\frac{q}{V}\xrightarrow{\text{ثابت}q}\frac{C'}{C}=\frac{V}{V'}\Rightarrow\frac{d}{d'}=\frac{V}{V'}\Rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{V}{V'}\Rightarrow\frac{V'}{V}=۲\xrightarrow{V'=V+۵}V+۵=۲V\Rightarrow V=۵(V)$$

$$U=\frac{۱}{۲}qV\Rightarrow ۱۰۰=\frac{۱}{۲}\times q\times ۵\Rightarrow q=۴۰\mu C$$

۲ - گزینه ۴ بنابر رابطهٔ $C=\kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}$، با کاهش فاصلهٔ بین دو صفحهٔ یک خازن تخت، ظرفیت آن افزایش می‌یابد. اگر این افزایش ظرفیت در حالتی باشد که خازن به مولد با ولتاژ ثابت وصل است، ولتاژ خازن ثابت می‌ماند و بنابر رابطهٔ $E=\frac{V}{d}$، با کاهش فاصلهٔ بین دو صفحه، بزرگی میدان یکنواخت بین دو صفحه افزایش می‌یابد. اگر خازن از مولد جدا باشد، بنابر رابطهٔ $E=\frac{V}{d}=\frac{Q}{Cd}=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}\times d}=\frac{Q}{\kappa\varepsilon_{\circ}A}$، با توجه به ثابت ماندن بار خازن، بزرگی میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه با کاهش فاصلهٔ بین دو صفحه تغییری نمی‌کند.

۳ - گزینه ۴

$$U=\frac{۱}{۲}\frac{q^۲}{C}\xrightarrow{\text{ثابت}C}\frac{U'}{U}=(\frac{q'}{q})^۲\Rightarrow\frac{U+۵۴}{U}=(\frac{۱۳۰}{۱۰۰})^۲$$

$$\Rightarrow\frac{U+۵۴}{U}=\frac{۱۶۹}{۱۰۰}\Rightarrow U=\frac{۵۴۰۰}{۶۹}\mu J$$

$$U=\frac{۱}{۲}\frac{q^۲}{C}\Rightarrow q^۲=۲UC=۲\times\frac{۵۴۰۰}{۶۹}\times ۲۳=۳۶۰۰\Rightarrow q=۶۰\mu C$$

۴ - گزینه ۱ خازنی که پس از شارژ از مولد جدا می‌شود بار صفحات آن ثابت می‌ماند. از طرفی طبق رابطهٔ $c=\frac{\varepsilon_{\circ}kA}{d}$ با افزایش فاصلهٔ صفحات خازن ($d\uparrow$)، ظرفیت آن کاهش می‌یابد ($c\downarrow$) و طبق رابطهٔ $U=\frac{q^۲}{۲c}(U\propto\frac{۱}{c})$، انرژی افزایش می‌یابد (به همان نسبت فاصله). به عبارت دیگری می‌توان نوشت:

$$U=\frac{q^۲}{۲c}=\frac{q^۲}{۲\frac{\varepsilon_{\circ}kA}{d}}=\frac{dq^۲}{۲\varepsilon_{\circ}kA}\Rightarrow U\propto d$$

۵ - گزینه ۴

حالت اول: $\frac{U_۱}{U_۲}=\frac{C_۱}{C_۲}\times(\frac{V_۱}{V_۲})^۲\Rightarrow\frac{۳۰}{۱۰۰}=\frac{C_۱}{C_۲}\times(\frac{۱۰۰}{۲۰۰})^۲\Rightarrow\frac{C_۱}{C_۲}=\frac{۶}{۵}$

حالت دوم: $\frac{U'_۲}{U'_۱}=\frac{C_۲}{C_۱}\times(\frac{V'_۲}{V'_۱})^۲\Rightarrow\frac{U'_۲}{U'_۱}=\frac{۵}{۶}\times(\frac{۱۰۰}{۲۰۰})^۲=\frac{۵}{۲۴}$

۶ - گزینه ۴

$$C=k\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}\Rightarrow\frac{C'}{C}=\frac{k'}{k}\times\frac{d}{d'}\xrightarrow[k=۱,d'=۱٫۲d]{k'=۶}\frac{C'}{C}=۶\times\frac{۱}{۱٫۲}=۵\xrightarrow[V=V']{U=\frac{۱}{۲}CV^۲}\frac{U'}{U}=\frac{C'}{C}=۵$$

۷ - گزینه ۱

$$U=\frac{۱}{۲}CV^۲\Rightarrow\frac{U'}{U}=\frac{C'}{C}=\frac{k'}{k}\times\frac{d}{d'}\xrightarrow{U=U'}\frac{d'}{d}=\frac{k'}{k}\Rightarrow\frac{d'}{۴٫۲}=\frac{۱}{۲٫۱}\Rightarrow d'=۲mm\Rightarrow d'-d=۲-۴٫۲=-۲٫۲mm$$

۸ - گزینه ۱ ابتدا انرژی و بار خازن را در حالت اول (قبل از جدا کردن از مولد) حساب می‌کنیم:

$$Q_۱=CV\xrightarrow[V=۱۰V]{C=۶\mu F}Q_۱=۶\times ۱۰=۶۰\mu C$$

$$U_۱=\frac{۱}{۲}CV^۲=\frac{۱}{۲}\times ۶\times ۱۰۰\Rightarrow U_۱=۳۰۰\mu J$$

وقتی خازن ازمولد جدا شود، بار الکتریکی آن ثابت می‌ماند. بنابراین در حالت دوم بار خازن $Q_۲=۶۰\mu C$ است. در این حالت کافی است ظرفیت خازن را با وارد کردن دی‌الکتریک حساب کنیم و از رابطهٔ $U=\frac{Q^۲}{۲C}$ انرژی خازن را به‌دست آوریم و تغییر آن را تعیین نماییم.

$$C=\kappa\varepsilon_{\circ}\frac{A}{d}\xrightarrow[d=\text{ثابت}]{A=\text{ثابت}}\frac{C_۲}{C_۱}=\frac{\kappa_۲}{\kappa_۱}\xrightarrow[\kappa_۱=۱]{\kappa_۲=۲\,,\,C_۱=۶\mu F}\frac{C_۲}{۶}=\frac{۲}{۱}\Rightarrow C_۲=۱۲\mu F$$

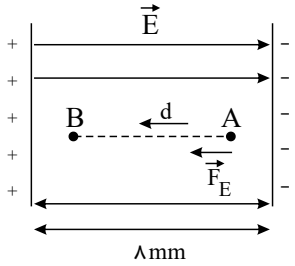
$$U_۲=\frac{Q_۲^۲}{۲C_۲}=\frac{۶۰\times ۶۰}{۲\times ۱۲}\Rightarrow U_۲=۱۵۰\mu J$$

می‌بینیم انرژی خازن از $U_۱=۳۰۰\mu J$ به $U_۲=۱۵۰\mu J$ تغییر کرده است. بنابراین انرژی خازن $۱۵۰\mu J$ کمتر شده است.

$\Delta U = ۱۵۰ - ۳۰۰ \Rightarrow \Delta U = -۱۵۰\mu J$

۹ - گزینه ۱

بارهای منفی به‌طور آزادانه در خلاف جهت خطوط میدان الکتریکی حرکت می‌کنند. پس جهت جابه‌جایی ذره در خلاف جهت خط‌های میدان است. با استفاده از قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:



$W_t = K_B - K_A \Rightarrow W_t = \frac{۱}{۲}m(v_B^۲ - v_A^۲)$

$W_t = \frac{۱}{۲}(۰/۲ \times ۱۰^{-۶} \times (۰.۱^۲ - ۰)) \Rightarrow W_t = ۱۰^{-۹}J$

تنها نیروی مؤثر، نیروی میدان الکتریکی است. بنابراین:

$\Rightarrow W_E = ۱۰^{-۹}J$

با استفاده از تعریف انرژی پتانسیل الکتریکی داریم:

$\Delta U = -W_E \Rightarrow \Delta U = -۱۰^{-۹}J$

$\Delta V_{AB} = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-۱۰^{-۹}}{-۲ \times ۱۰^{-۱۲}} = ۵۰۰V$

از آن‌جا که AB در راستای میدان است؛ پس می‌توان نوشت:

$\begin{cases} \Delta V_{AB} = E \times d_{AB} \\ \Delta V = E \times d \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta V}{\Delta V_{AB}} = \frac{d}{d_{AB}} \Rightarrow \frac{\Delta V}{۵۰۰} = \frac{۸}{۵} \xrightarrow{\Delta V = V_{\text{هذف}}} V = ۸۰۰V$

بنابراین:

$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = CV = ۲ \times ۸۰۰ = ۱۶۰۰nC = ۱/۶\mu C$

۱۰ - گزینه ۲

خازن وصل به مولد ($U = \frac{۱}{۲}CV^۲$): $\frac{U'}{U} = \frac{C'}{C} = \frac{d}{d'} \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{d}{۳d} = \frac{۱}{۳}$ (۱)

خازن جدا از مولد ($U = \frac{۱}{۲}q^۲/C$): $\frac{U''}{U'} = \frac{C'}{C''} = \frac{k'}{k''} \Rightarrow \frac{U''}{U'} = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{(۱)} \frac{U''}{\frac{۱}{۳}U} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{U''}{U} = \frac{۱}{۶}$

۱۱ - گزینه ۴ بنا به رابطهٔ $U = \frac{Q^۲}{۲C}$، چون ظرفیت خازن ثابت و انرژی آن افزایش یافته است، الزاماً باید بار الکتریکی خازن نیز افزایش یافته باشد. یعنی اگر در ابتدا بار خازن Q میکروکولن باشد، بعد از جدا کردن بار از صفحهٔ منفی و انتقال آن به صفحهٔ مثبت، بار خازن $Q' = (Q+۱)\mu C$ خواهد شد. بنابراین با توجه به‌این‌که انرژی خازن $۴\mu J$ افزایش یافته است، به‌صورت زیر، بار Q را می‌یابیم: (دقت کنید چون انرژی، ظرفیت و افزایش بار برحسب μF،μJ و μC هستند، برای سهولت در محاسبه، تبدیل یکا انجام نمی‌دهیم.)

$U' = U + ۴ \Rightarrow U' - U = ۴ \xrightarrow{U = \frac{Q^۲}{۲C}} \frac{Q'^۲}{۲C} - \frac{Q^۲}{۲C} = ۴ \Rightarrow Q'^۲ - Q^۲ = ۸C$

$\xrightarrow{a^۲ - b^۲ = (a-b)(a+b)} (Q' - Q)(Q' + Q) = ۸C$

$\xrightarrow[Q' = Q+۱]{C = ۲\mu F} (Q + ۱ - Q)(Q + ۱ + Q) = ۸ \times ۲ \Rightarrow ۲Q + ۱ = ۱۶$

$\Rightarrow ۲Q = ۱۵ \Rightarrow Q = ۷/۵\mu C$

۱۲ - گزینه ۱ از آنجا که با افزایش ظرفیت خازن بار ذخیره شده در آن تغییر نکرده است، بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر خازن کاهش یافته است.

$\left.\begin{matrix} Q = CV \\ Q' = (C+۲)(V-۱) \end{matrix}\right\} \rightarrow Q' = Q - C + ۲V - ۲$

$\xrightarrow[C = \frac{۱۲}{V}]{Q = Q' = ۱۲\mu C} \frac{۱۲}{V} = ۲(V-۱) \rightarrow ۶ = V^۲ - V \rightarrow V^۲ - V - ۶ = ۰$

$\rightarrow (V+۲)(V-۳) = ۰ \rightarrow \begin{cases} V = -۲V \text{ غ ق ق} \\ V = ۳V \xrightarrow{C = \frac{۱۲}{V}} C = ۴\mu F \end{cases}$

اکنون با استفاده از رابطهٔ انرژی ذخیره شده در خازن داریم:

$\xrightarrow[U' = \frac{۱}{۲}C'V'^۲]{C' = C+۲ = ۶\mu F, V' = V-۱ = ۲V} U' = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۲^۲ = ۱۲\mu J$

۱۳ - گزینه ۳

$U_۱ = \frac{۱}{۲}CV^۲ = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۱۰^{-۶} \times ۱۰۰^۲ = ۵ \times ۱۰^{-۲}J$

$\frac{C_۲}{C_۱} = \frac{d_۱}{d_۲} \Rightarrow \frac{C_۲}{۱۰} = \frac{۱}{۱ + ۰/۲} \Rightarrow C_۲ = \frac{۲۵}{۳}\mu F$

خازن جدا از مولد : $\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{C_۱}{C_۲}\Rightarrow\frac{U_۲}{۵\times۱۰^{-۲}}=\frac{۱۰}{\frac{۲۵}{۳}}$

$\Rightarrow U_۲=۶\times۱۰^{-۲}J\Rightarrow U_۲-U_۱=۱\times۱۰^{-۲}=۱۰^{-۲}J$

۱۴ - گزینه ۱ با انتقال الکترون (بار منفی) از صفحهٔ مثبت به صفحهٔ منفی یک خازن، بار ذخیره شده در خازن افزایش می‌یابد. کار انجام شده برای این انتقال با تندی ثابت به‌صورت انرژی الکتریکی در مجموعه ذخیره می‌شود. داریم:

$\Delta Q=ne=۵\times۱۰^{۱۶}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\Rightarrow\Delta Q=۸\times۱۰^{-۳}C$

$U=\frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C}\Rightarrow\Delta U=\frac{۱}{۲C}(Q_۲^۲-Q_۱^۲)$

$\Rightarrow ۲۰=\frac{۱}{۲\times۱۰\times۱۰^{-۶}}\times\left[(Q_۱+۸\times۱۰^{-۳})^۲-Q_۱^۲\right]\Rightarrow۴۰۰\times۱۰^{-۶}=۶۴\times۱۰^{-۶}+۱۶\times۱۰^{-۳}Q_۱\Rightarrow Q_۱=۲۱\times۱۰^{-۳}C=۲۱mC$

۱۵ - گزینه ۳ اگر $-۶mC$ بار از صفحهٔ منفی جدا کنیم بار صفحه به مقدار $-۶mC$ کم می‌شود و اگر یعنی $-۶mC$ را به صفحهٔ مثبت بدهیم بار این صفحه هم به اندازهٔ $-۶mC$ خنثی شده و $-۶mC$ کم می‌شود در نهایت می‌توان گفت بار صفحات $-۶mC$ کاهش یافته یعنی $Q_۲=Q_۱-۶mC$ از طرفی هم به گفتهٔ سؤال انرژی خازن $۹J$ کاهش یافته ، پس $U_۲=U_۱-۹J$.

از طرفی هم چون خازن از مولد جدا شده پتانسیل صفحات آن ثابت نیست بنابراین بهتر است از بین روابط $U=\frac{۱}{۲}cV^۲$ و $U=\frac{۱}{۲}QV$، $U=\frac{Q^۲}{۲c}$ از رابطهٔ $U=\frac{Q^۲}{۲c}$ (که متغیر V در آن وجود ندارد.) کمک بگیریم.

$U_۲=U_۱-۹$

$\frac{Q_۲^۲}{۲c}=\frac{Q_۱^۲}{۲c}-۹=\frac{Q_۲^۲-Q_۱^۲}{۲C}=-۹\xrightarrow{\text{تجزیهٔ اتحاد مزدوج}}\frac{(Q_۲-Q_۱)(Q_۱+Q_۲)}{۲c}=-۹$

$\xrightarrow[C=۶\mu F=۶\times۱۰^{-۶}F\\Q_۱=xmC=x\times۱۰^{-۳}]{Q_۲=Q_۱-۶mc}\frac{(-۶\times۱۰^{-۳})(۲x\times۱۰^{-۳}-۶\times۱۰^{-۳})}{۲\times۶\times۱۰^{-۶}}=-۹$

$\rightarrow\frac{x-۳}{۳}=۳\Rightarrow x=۱۲\Rightarrow Q_۱=۱۲mC$

۱۶ - گزینه ۳ نیروی وارد بر بار قرار گرفته در فضای بین صفحات برابر است با: $F=Eq$

از طرفی $E=\frac{V}{d}$ و همینطور $V=\frac{Q}{C}$ پس داریم:

$F=\frac{qQ}{cd}\xrightarrow{C=\frac{\varepsilon_۰A}{d}}F=\frac{qQ}{\varepsilon_۰A}=\frac{(۱۸\times۱۰^{-۹})\times۵\times۱۰^{-۹}}{۹\times۱۰^{-۱۲}\times۲۰\times۱۰^{-۶}}=۰/۵$

۱۷ - گزینه ۲

$C=\frac{\Delta q}{\Delta V}\Rightarrow C=\frac{۸۰}{۱۰}=۸nF$

$\Delta U=\frac{۱}{۲}C(V'^۲-V^۲)\Rightarrow۱۲۰۰=\frac{۱}{۲}\times۸\times(V'^۲-(V'-۱۰)^۲)\Rightarrow۳۰۰=V'^۲-V'^۲+۲۰V'-۱۰۰\Rightarrow V'=۲۰(V)$

۱۸ - گزینه ۲ چون با وارد کردن دی‌الکتریک (افزایش ظرفیت) انرژی خازن افزایش یافته است، پس خازن به مولد وصل بوده است.

$U=\frac{۱}{۲}CV^۲\Rightarrow\frac{U'}{U}=\frac{C'}{C}=\frac{k'}{k}\Rightarrow\frac{۲\times۱۰^{-۴}+۶\times۱۰^{-۴}}{۲\times۱۰^{-۴}}=\frac{k'}{۱}\Rightarrow k'=۴$

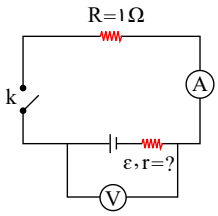
پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۴ - ۱	۷ - ۱	۱۰ - ۲	۱۳ - ۳	۱۶ - ۳
۲ - ۴	۵ - ۴	۸ - ۱	۱۱ - ۴	۱۴ - ۱	۱۷ - ۲
۳ - ۴	۶ - ۴	۹ - ۱	۱۲ - ۱	۱۵ - ۳	۱۸ - ۲

نام و نام خانوادگی:

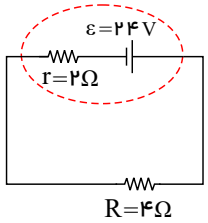
سید رضا علایی

۱ – در مدار شکل زیر، هنگامی که کلید k باز است، ولت‌سنج ایده‌آل عدد ۱۲ ولت را نشان می‌دهد. وقتی کلید k بسته می‌شود، ولت‌سنج ایده‌آل عدد ۱۰ ولت را نشان می‌دهد. مقاومت داخلی باتری و عدد نشان داده شده توسط آمپرسنج ایده‌آل در حالت بسته بودن کلید به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟



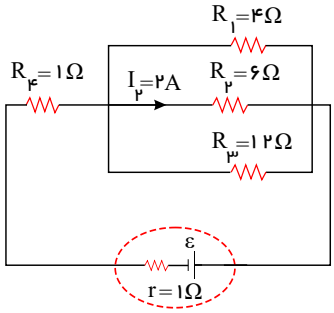
(۱) $12A\ ،\ 0/2\Omega$
(۲) $10A\ ،\ 0/2\Omega$
(۳) $12A\ ،\ 0/4\Omega$
(۴) $10A\ ،\ 0/4\Omega$

۲ – در مدار شکل زیر اگر مقاومت ۴ اهمی را با مقاومتی ۱۰ اهمی جایگزین کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر مولد چند ولت و چگونه تغییر خواهد کرد؟



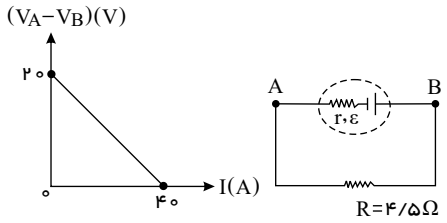
(۱) ۴، کاهش
(۲) ۴، افزایش
(۳) ۲، کاهش
(۴) ۲، افزایش

۳ – در مدار شکل مقابل، نیروی محرکهٔ مولد چند ولت است؟



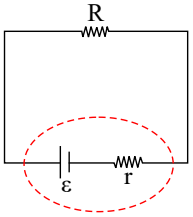
(۱) ۸
(۲) ۱۶
(۳) ۲۴
(۴) ۳۲

۴ – در مدار زیر، نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر منبع ولتاژ بر حسب شدت جریان عبوری از آن، مطابق زیر است. شدت جریان الکتریکی عبوری از مقاومت R و اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن در مدار داده شده به ترتیب از راست به چپ، چند آمپر و چند ولت است؟



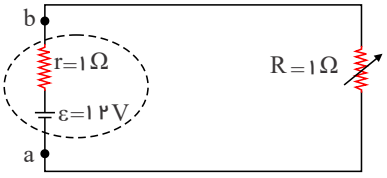
(۱) ۴۰ و ۲۰
(۲) ۴ و ۲۰
(۳) ۴ و ۱۸
(۴) ۱۸ و ۴

۵ – در مدار شکل زیر، اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولد، $\frac{۳}{۴}$ برابر نیروی محرکهٔ مولد باشد، در این صورت $\frac{R}{r}$ کدام است؟



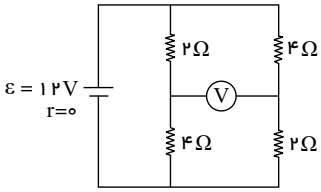
(۱) ۳
(۲) $\frac{۱}{۳}$
(۳) ۲
(۴) $\frac{۱}{۲}$

۶ - در مدار شکل مقابل، اگر مقاومت خارجی مدار را دو برابر کنیم، اندازهٔ اختلاف پتانسیل دو سر مولد چند برابر خواهد شد؟



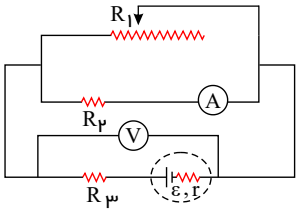
۱) $\frac{۳}{۲}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

۷ - در مدار شکل زیر، ولت‌سنج ایده‌آل چند ولت را نشان می‌دهد؟



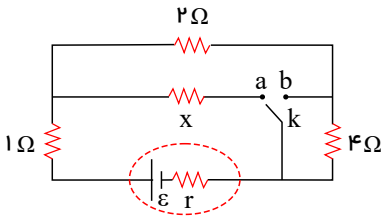
۱) ۱۶
۲) ۸
۳) ۴
۴) ۱۲

۸ - در شکل مقابل با حرکت تدریجی لغزندهٔ رئوستا به سمت راست، به‌ترتیب از راست به چپ اعدادی که آمپرسنج و ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهند، چگونه تغییر می‌کنند؟



۱) کاهش - افزایش
۲) کاهش - کاهش
۳) افزایش - افزایش
۴) افزایش - کاهش

۹ - در شکل زیر یک بار کلید k به قسمت a و بار دیگر به قسمت b وصل می‌شود. مقاومت x چند اُهم باشد تا در هردو حالت اختلاف پتانسیل دو سر مولد یکسان باشد؟

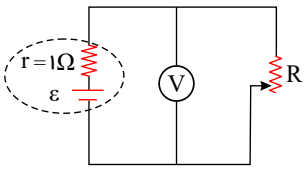


۱) ۳
۲) ۶
۳) ۲
۴) ۴

۱۰ - جرم دو سیم مسی A و B با هم برابر است. اگر قطر مقطع سیم A، $\sqrt{۳}$ برابر قطر مقطع سیم B باشد و مقاومت الکتریکی سیم B برابر با ۹۰Ω باشد، مقاومت الکتریکی سیم A چند اهم است؟

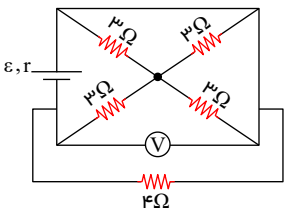
۱) ۳۰
۲) ۲۷۰
۳) ۱۰
۴) ۸۱۰

۱۱ - در مدار شکل زیر، مقاومت رئوستا در ابتدا ۲Ω است. مقاومت رئوستا را چند درصد کاهش دهیم تا ولت‌سنج ایده‌آل نصف مقدار اولیه را نشان دهد؟



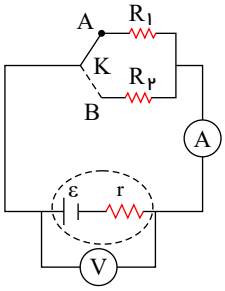
۱) ۲۵
۲) ۵۰
۳) ۳۳
۴) ۷۵

۱۲ - در مدار شکل داده شده، ولت‌سنج چه عددی را بر حسب ولت نشان می‌دهد؟ (ولت‌سنج ایده‌آل بوده و $r = ۱\Omega$ و $\varepsilon = ۱۲V$)



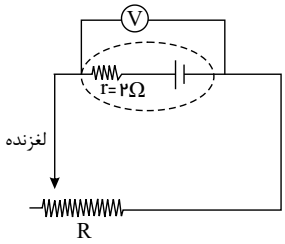
۱) ۸
۲) ۹٫۶
۳) ۱۶
۴) ۲۴

۱۳ - در مدار شکل زیر، اگر کلید k از موقعیت A به موقعیت B برود، عددی که ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد $4V$ کاهش و عددی که آمپرسنج ایده‌آل نشان می‌دهد $2A$ افزایش پیدا می‌کند. مقاومت درونی مولد چند اهم است؟



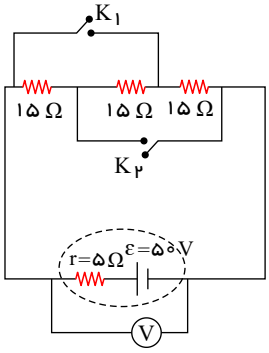
۱) ۰٫۵
۲) ۱
۳) ۲
۴) باید مقادیر R_1 و R_2 معلوم باشند.

۱۴ - در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوستا برابر با ۸ اهم باشد، اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر با V است. مقاومت را تقریبا چند اهم تغییر و لغزندهٔ رئوستا را به کدام سمت حرکت دهیم تا اختلاف پتانسیل دو سر مولد ۵۰ درصد کاهش یابد؟



۱) $\frac{۴}{۳}$، راست
۲) $\frac{۴}{۳}$، چپ
۳) $\frac{۲۰}{۳}$، راست
۴) $\frac{۲۰}{۳}$، چپ

۱۵ - در مدار شکل زیر ابتدا کلیدهای K_1 و K_2 باز هستند، با بسته شدن هر دو کلید، عددی که ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد، چند ولت تغییر می‌کند؟



۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) ۳۵
۴) ۴۵

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۲

کلید باز $(I=۰)$: $V=\varepsilon \Rightarrow \varepsilon=۱۲V$

کلید بسته : $V=RI \Rightarrow ۱۰=۱\times I \Rightarrow I=۱۰A$

$$I=\frac{\varepsilon}{r+R} \Rightarrow ۱۰=\frac{۱۲}{۱+r} \Rightarrow r=۰/۲\Omega$$

۲ - گزینه ۲

حالت اول : $I=\frac{\varepsilon}{r+R}=\frac{۲۴}{۲+۴}=۴A \Rightarrow V=\varepsilon-rI=۲۴-۲\times ۴=۱۶V$

حالت دوم : $I=\frac{\varepsilon}{r+R}=\frac{۲۴}{۲+۱۰}=۲A \Rightarrow V=\varepsilon-rI=۲۴-۲\times ۲=۲۰V$

۳ - گزینه ۳ مقاومت‌های $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ باهم موازی و اختلاف پتانسیل آن‌ها باهم برابر است:

$$V=RI \xrightarrow{\text{ثابت } V} \begin{cases} \frac{R_۲}{R_۱}=\frac{I_۱}{I_۲} \Rightarrow \frac{۶}{۴}=\frac{I_۱}{۲} \Rightarrow I_۱=۳A \\ \frac{R_۲}{R_۳}=\frac{I_۳}{I_۲} \Rightarrow \frac{۶}{۱۲}=\frac{I_۳}{۲} \Rightarrow I_۳=۱A \end{cases}$$

مجموع جریان‌های عبوری از $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ با جریان شاخهٔ اصلی مدار برابر است:

$$I_{\text{کل}}=I_۱+I_۲+I_۳=۳+۲+۱=۶A$$

$$I_{\text{کل}}=\frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}=\frac{\mathcal{E}}{\left(\frac{۱}{\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۲}}\right)+۱+۱}=۶ \Rightarrow \mathcal{E}=۲۴V$$

۴ - گزینه ۳ با استفاده از نمودار، ابتدا ε و r را بدست می‌آوریم. رابطهٔ اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولد برحسب شدت جریان عبوری از آن برابر است با :

$$V_A-V_B=\varepsilon-rI \Rightarrow \begin{cases} ۲۰=\varepsilon-r\times ۰ \Rightarrow \varepsilon=۲۰V \\ ۰=۲۰-r\times ۴۰ \Rightarrow r=\frac{۲۰}{۴۰}=۰/۵\Omega \end{cases}$$

حال با استفاده از رابطهٔ شدت جریان الکتریکی در مدار تک‌حلقه، داریم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{۲۰}{۴/۵+۰/۵}=\frac{۲۰}{۵}=۴A$$

طبق قانون اهم داریم:

$$V=RI=۴/۵\times ۴=۱۸V$$

۵ - گزینه ۱ اختلاف پتانسیل دو سر مولد از رابطهٔ $V=\varepsilon-rI$ و جریان مدار نیز از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ به‌دست می‌آید، داریم:

$$V=\varepsilon-rI \Rightarrow V=\varepsilon-r\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{\varepsilon R}{R+r}$$

$$\xrightarrow{V=\frac{۳}{۴}\varepsilon} \frac{۳}{۴}\varepsilon=\frac{\varepsilon R}{R+r} \Rightarrow \frac{۳}{۴}=\frac{R}{R+r} \Rightarrow ۴R=۳R+۳r \Rightarrow ۳r=R \Rightarrow \frac{R}{r}=۳$$

۶ - گزینه ۳ در حالت اول ابتدا جریان عبوری از مدار را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{r+R} \Rightarrow I=\frac{۱۲}{۱+۱}=۶A$$

در این حالت اندازهٔ اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است با:

$$V_b-V_a=\varepsilon-rI \Rightarrow V_b-V_a=۱۲-۶\times ۱=۶V$$

با افزایش مقاومت خارجی، جریان عبوری از مدار کاهش یافته و خواهیم داشت:

$$\xrightarrow{R'=۲R=۲\times ۱=۲} I'=\frac{\varepsilon}{r+R'} \Rightarrow I=\frac{۱۲}{۱+۲}=۴A$$

در این حالت اختلاف‌پتانسیل دو سر مولد برابر است با:

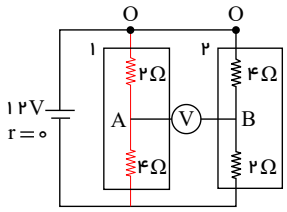
$$V'_b-V'_a=\varepsilon-I'r \Rightarrow V'_b-V'_a=۱۲-۴\times ۱=۸V$$

$$\frac{V'_b-V'_a}{V_b-V_a}=\frac{۸}{۶}=\frac{۴}{۳}$$

در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مولد $\frac{۴}{۳}$ برابر خواهد شد.

۷ - گزینه ۳ چون مقاومت ولت‌سنج ایده‌آل بسیار زیاد است، مقاومت‌ها در شاخه‌ها با یکدیگر متوالی‌اند، لذا داریم:

$$R_۱ = ۲ + ۴ = ۶\Omega \qquad R_۲ = ۴ + ۲ = ۶\Omega$$
$$R_{eq} = \frac{R_۱ R_۲}{R_۱ + R_۲} \Rightarrow R_{eq} = \frac{۶ \times ۶}{۶ + ۶} = ۳\Omega$$



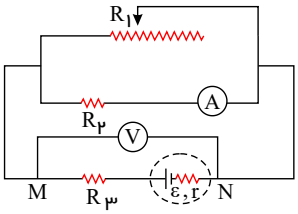
جریان کلی مدار برابر است با:

$$I_T = \frac{V_T}{R_{eq}} \Rightarrow I_T = \frac{۱۲}{۳} = ۴A$$

جریان هر دو شاخه با یکدیگر برابر است:

$$V_۱ = V_۲ \xrightarrow{R_۱ = R_۲} I_۱ = I_۲ = \frac{I_T}{۲} = ۲A$$
$$\left.\begin{array}{l} V_O - V_A = ۲ \times ۲ = ۴V \\ V_O - V_B = ۲ \times ۴ = ۸V \end{array}\right\} \Rightarrow V_A - V_B = ۴V$$

۸ - گزینه ۳



با حرکت لغزندهٔ رئوستا به سمت راست، مقاومت رئوستا افزایش می‌یابد (افزایش طول) و در نتیجه مقاومت معادل دو مقاومت موازی $R_۱$ و $R_۲$ افزایش می‌یابد. بنابراین مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد و در نتیجه جریان کل مدار کاهش می‌یابد. ولت‌سنج ایده‌آل اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ M و N را نشان می‌دهد. داریم:

$$V_M + IR_۳ - \varepsilon + Ir = V_N \Rightarrow V_M - V_N = \varepsilon - I[R_۳ + r]$$

بنابراین با کاهش جریان مدار، عددی که ولت‌سنج ایده‌آل نشان می‌دهد، افزایش می‌یابد.

آمپرسنج ایده‌آل جریان عبوری از مقاومت $R_۲$ را نشان می‌دهد. با توجه به مدار، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۲$ با عدد ولت‌سنج برابر است. بنابراین با افزایش عددی که ولت‌سنج نشان می دهد، جریان عبوری از مقاومت $R_۲$ بیشتر شده و آمپرسنج عدد بزرگتری را نشان می‌دهد.

۹ - گزینه ۱ برای آن‌که در هردو حالت اختلاف پتانسیل دو سر مولد یکسان باشد باید شدت جریان و درنتیجه مقاومت معادل خارجی در هردو حالت a و b یکسان باشد. درحالتی که کلید k به b وصل است مقاومت ۴اُهمی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود و مقاومت معادل خارجی مدار ۳اُهم می‌شود. همچنین درحالتی که کلید به a وصل باشد نیز باید مقاومت معادل خارجی مدار ۳ اُهم باشد. در این حالت دو مقاومت ۲Ω و ۴Ω متوالی و با مقاومت x موازی می‌باشند که معادلشان با مقاومت ۱اُهمی متوالی می‌شود.

$$R_b = R_a \Rightarrow ۳ = ۱ + \frac{۶x}{۶ + x} \Rightarrow x = ۳\Omega$$

۱۰ - گزینه ۳ طبق رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$ برای مقایسهٔ مقاومت دو سیم خواهیم داشت:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

از آنجایی که $A = \pi r^۲$ سیم، پس $A \propto r^۲$ و چون $r_A = \sqrt{۳} r_B$ ، پس $A_A = ۳A_B$ ، و چون سیم‌ها هم جنس (مس) هستند ρ آنها برابر خواهد بود و امّا نسبت طول (L) ها!

در سؤال گفته شده سیم‌ها هم جرم هستند. پس:

$$m_A = m_B \xrightarrow[\rho \text{یکسان}]{m = \rho V} V_A = V_B$$
$$\xrightarrow[\text{حجم}]{V = AL} A_A L_A = A_B L_B \xrightarrow{A_A = ۳A_B} ۳L_A = L_B$$
$$\frac{R_A}{۹۰} = ۱ \times \frac{L_A}{۳L_A} \times \frac{A_B}{۳A_B} = \frac{۱}{۹} \Rightarrow R_A = ۱۰\Omega$$

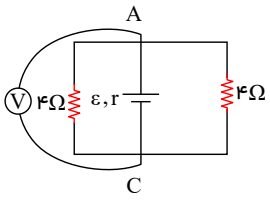
نکته: اگر جرم دو سیم هم‌جنس یکسان باشد نسبت طول و سطح مقطع آن‌ها معکوس هم است!

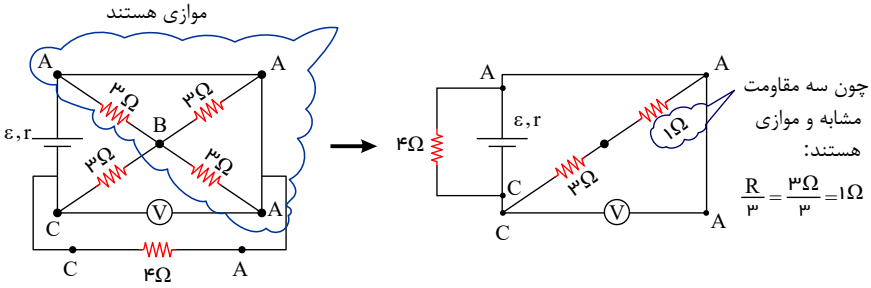
۱۱ - گزینه ۴

$$V' = \frac{۱}{۲}V \Rightarrow R'I' = \frac{۱}{۲}RI \Rightarrow R'\frac{\not{I}}{۱ + R'} = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times \frac{\not{I}}{۱ + ۲}$$
$$\Rightarrow \frac{R'}{۱ + R'} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow R' = \frac{۱}{۲}\Omega$$
$$\frac{R'}{R} = \frac{\frac{۱}{۲}}{۲} = \frac{۱}{۴} \xrightarrow{\times ۱۰۰} \%۲۵$$

یعنی باید مقاومت رئوستا را ۷۵ درصد کاهش دهیم.

۱۲ - گزینه ۱ قدم اول: با تعیین نقاط هم پتانسیل:

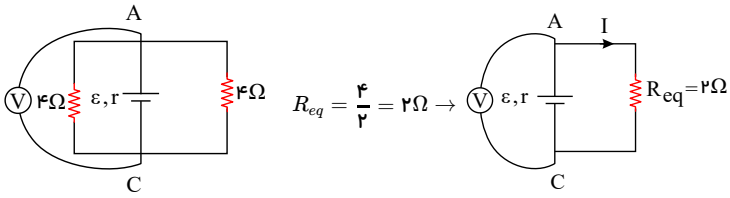




قدم دوم:

مقاومت۱Ω با ۳Ω متوالی است.

ضمن اینکه ولت‌سنج هم‌چنان اختلاف پتانسیل دو سر مولد الکتریکی را نشان می‌دهد.



$$I=\frac{\varepsilon}{r+R_{eq}}=\frac{۱۲}{۱+۲}=۴A\rightarrow V=\varepsilon-rI=۱۲-۱\times۴=۸V$$

۱۳ - گزینه ۳

حالت اول : $V_۱=\varepsilon-rI_۱$

حالت دوم : $\underline{V_۲=\varepsilon-rI_۲}$

تفاضل دو رابطه $\Rightarrow V_۱-V_۲=r(I_۲-I_۱)\Rightarrow ۴=r\times۲\Rightarrow r=۲\Omega$

۱۴ - گزینه ۳ جریان در مدار تک‌حلقه با یک مقاومت خارجی از رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$ و اختلاف پتانسیل دو سر مولد از رابطهٔ $V=\varepsilon-rI=RI$ به‌دست می‌آید و می‌توان نوشت:

$$V=\varepsilon-rI=RI=\frac{R\varepsilon}{R+r}$$

اختلاف پتانسیل پتانسیل ۵۰ درصد کاهش یافته پس $V'=\frac{V}{۲}$ خواهد بود.

برای مقایسهٔ دو حالت داریم:

$$V=\frac{۸\varepsilon}{۸+۲}\qquad(۱)$$

$$V'=\frac{V}{۲}=\frac{R'\varepsilon}{R'+۲}\qquad(۲)$$

$$\frac{V}{V'}=\frac{\frac{۸\times\varepsilon}{۸+۲}}{\frac{R'\times\varepsilon}{R'+۲}}\Rightarrow۲=\frac{۸\times(R'+۲)}{R'\times(۸+۲)}\Rightarrow۲۰R'=۸R'+۱۶\Rightarrow R'=\frac{۴}{۳}\Omega$$

پس مقاومت جدید باید برابر با $\frac{۴}{۳}\Omega$ باشد و این یعنی:

$$\Delta R=R'-R=\frac{۴}{۳}-۸=-\frac{۲۰}{۳}\Omega$$

پس مقاومت رئوستا باید $\frac{۲۰}{۳}\Omega$ کاهش یابد و بنابراین لازم است لغزنده رئوستا به سمت راست حرکت کند.

۱۵ - گزینه ۱ در حالت کلید باز هر سه مقاومت با یکدیگر متوالی هستند و داریم:

$$R_T=۱۵+۱۵+۱۵=۴۵\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{۵۰}{۴۵+۵}=۱A$$

عدد ولت‌سنج در حالت اول: $V=\varepsilon-rI=۵۰-۵\times۱=۴۵V$

در حالتی که هر دو کلید $K_۱$ و $K_۲$ بسته هستند، سه مقاومت با یکدیگر موازی می‌شوند و داریم:

$R_T = \frac{R}{n} = \frac{۱۵}{۳} = ۵\Omega$

$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{۵۰}{۵ + ۵} = ۵A$

عدد ولت‌سنج در حالت دوم : $V = \varepsilon - rI = ۵۰ - ۵ \times ۵ = ۲۵V$

پس تغییر عدد ولت‌سنج برابر است با:

$\Delta V = ۴۵ - ۲۵ = ۲۰V$

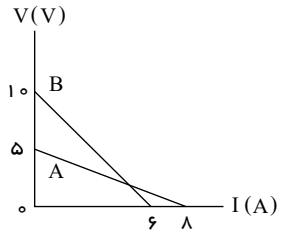
پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲	۴ - ۳	۷ - ۳	۱۰ - ۳	۱۳ - ۳
۲ - ۲	۵ - ۱	۸ - ۳	۱۱ - ۴	۱۴ - ۳
۳ - ۳	۶ - ۳	۹ - ۱	۱۲ - ۱	۱۵ - ۱

نام و نام خانوادگی:

سید رضا علایی

۱ - نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولدهای مجزای A و B بر حسب جریان عبوری از آن‌ها مطابق شکل زیر است. به‌ترتیب از راست به چپ، حاصل $\frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_B}$ و $\frac{r_A}{r_B}$ کدام است؟ (ε، بیانگر نیروی محرکهٔ مولد و r بیانگر مقاومت درونی آن است.)



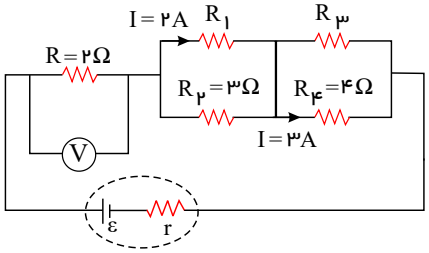
۱) $\frac{۸}{۳}, \frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۳}{۸}, ۲$

۳) $\frac{۸}{۳}, ۲$

۴) $\frac{۳}{۸}, \frac{۱}{۲}$

۲ - مطابق شکل زیر اگر ولت‌سنج ایده‌آل عدد $۱۲V$ را نشان دهد، $\frac{R_۱}{R_۳}$ کدام است؟



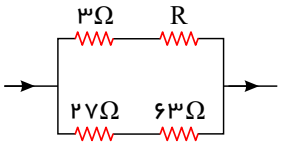
۱) $\frac{۳}{۸}$

۲) $\frac{۸}{۳}$

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) $\frac{۲}{۳}$

۳ - در شکل زیر که قسمتی از یک مدار است، اگر توان گرمایی مقاومت ۲۷ اهمی برابر با توان گرمایی مقاومت ۳ اهمی باشد، مقاومت R چند اهم است؟



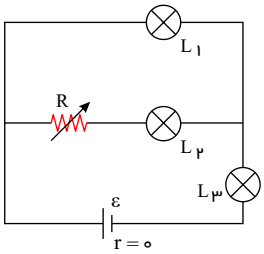
۱) ۱۸

۲) ۹

۳) ۲۷

۴) ۶

۴ - در مدار شکل زیر اگر مقاومت متغیر R افزایش یابد، نور لامپ‌های $L_۱$ ، $L_۲$ و $L_۳$ به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



۱) افزایش، کاهش، کاهش

۲) افزایش، افزایش، کاهش

۳) کاهش، کاهش، افزایش

۴) کاهش، افزایش، افزایش

۵ - دو لامپ با مشخصات ($۲۲۰V, ۱۶۰W$) و ($۱۱۰V, ۶۰W$) را به صورت موازی به اختلاف پتانسیل الکتریکی $۵۵V$ متصل می‌کنیم. اگر مقاومت لامپ ها ثابت باشد، توان مصرفی مجموعهٔ دو لامپ چند وات خواهد بود؟

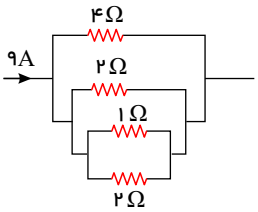
۱) ۲۵

۲) ۵۵

۳) ۱۲٫۵

۴) ۱۱۰

۶ - در شکل زیر، جریان گذرنده از مقاومت یک اهمی چند آمپر است؟



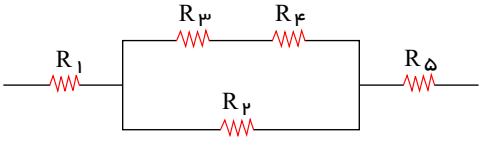
۱) ۴

۲) ۲

۳) ۶

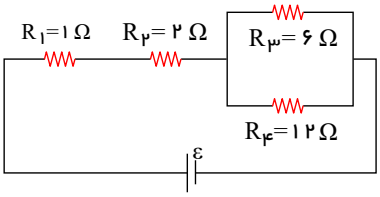
۴) ۳

۷ – در شکل زیر، حداکثر توان مصرفی قابل تحمل هر یک از مقاومت‌ها ۵۴ وات می‌باشد. حداکثر توان مصرفی مدار شکل زیر چند وات باشد تا هیچ‌کدام از مقاومت‌ها آسیب نبینند؟ (مقاومت‌ها مشابه می‌باشند.)



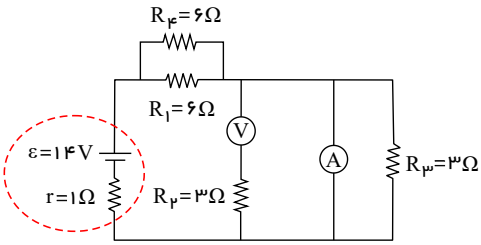
۱) ۹۰
۲) ۲۵۰
۳) ۲۲۰
۴) ۱۴۴

۸ – در مدار شکل زیر، اگر هیچ یک از مقاومت‌ها آسیب نبینند، توان مصرفی کدام مقاومت از بقیه بیشتر است؟



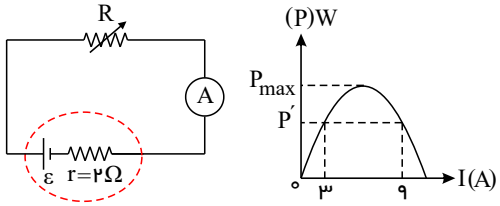
۱) $R_۱$
۲) $R_۲$
۳) $R_۳$
۴) $R_۴$

۹ – در مدار شکل زیر ولت‌سنج و آمپرسنج که هر دو آرمانی هستند، به‌ترتیب از راست به چپ در SI چه اعدادی را نشان می‌دهند؟



۱) ۱۰ و ۱
۲) صفر و ۳٫۵
۳) ۷ و ۱
۴) صفر و $\frac{۲۸}{۱۱}$

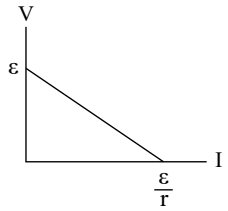
۱۰ – در مدار شکل زیر با تغییر مقاومت رئوستا، توان خروجی مولد را تغییر می‌دهیم و در نتیجهٔ آن نمودار توان خروجی مولد برحسب جریان عبوری از مولد به صورت زیر رسم شده است. حاصل $\frac{P_{max}}{P'}$ کدام است؟ (آمپرسنج آرمانی است.)



۱) ۲
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۸}{۳}$
۴) $\frac{۴}{۳}$

پاسخنامه تشریحی

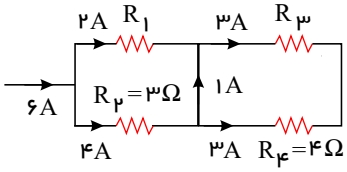
۱ - گزینه ۴ می‌دانیم نمودار اختلاف پتانسیل دو سر یک مولد تولیدی بر حسب جریان بصورت زیر رسم می‌شد، پس از روی شکل سؤال داریم:



$$\begin{cases} \varepsilon_B = ۱۰ \\ \varepsilon_A = ۵ \end{cases} \rightarrow \frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_B} = \frac{۱}{۲}$$

$$\begin{cases} \frac{\varepsilon_A}{r_A} = ۸ \xrightarrow{\varepsilon_A = ۵} r_A = \frac{۵}{۸} \\ \frac{\varepsilon_B}{r_B} = ۶ \xrightarrow{\varepsilon_B = ۱۰} r_B = \frac{۱۰}{۶} = \frac{۵}{۳} \end{cases} \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{\frac{۵}{۸}}{\frac{۵}{۳}} = \frac{۳}{۸}$$

۲ - گزینه ۳



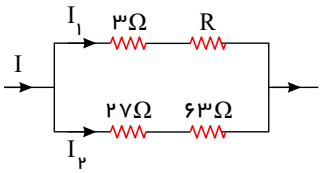
$$V = RI \Rightarrow I = \frac{۱۲}{۲} = ۶A$$

موازی $R_۲$ و $R_۱$: $۲ \times R_۱ = ۴ \times ۳ \Rightarrow R_۱ = ۶\,\Omega$

موازی $R_۴$ و $R_۳$: $۳ \times R_۳ = ۳ \times ۴ \Rightarrow R_۳ = ۴\,\Omega$

$$\frac{R_۱}{R_۳} = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲}$$

۳ - گزینه ۳ چون توان گرمایی مقاومت‌های ۲۷ اهمی و ۳ اهمی با هم برابر است، با استفاده از رابطهٔ $P = RI^۲$، نسبت جریان این دو مقاومت را که همان جریان شاخه‌های (۱) و (۲) است، به‌دست می‌آوریم:

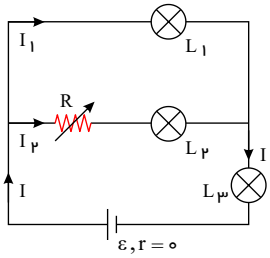


$$P_{۳\Omega} = P_{۲۷\Omega} \xrightarrow{P=RI^۲} ۳I_۱^۲ = ۲۷I_۲^۲ \Rightarrow I_۱^۲ = ۹I_۲^۲ \Rightarrow I_۱ = ۳I_۲$$

چون شاخه‌های (۱) و (۲) با هم موازی‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها با هم برابر است. بنابراین با محاسبهٔ مقاومت معادل هر یک از شاخه‌ها و استفاده از رابطهٔ $V = RI$، مقاومت R را می‌یابیم:

$$V_۱ = V_۲ \Rightarrow R_۱I_۱ = R_۲I_۲ \xrightarrow[I_۱=۳I_۲, R_۱=۳+R(\Omega)]{R_۲=۲۷+۶۳=۹۰\Omega} (۳+R) \times ۳I_۲ = ۹۰I_۲ \Rightarrow ۳ + R = ۳۰ \Rightarrow R = ۲۷\Omega$$

۴ - گزینه ۱ با افزایش مقاومت متغیر R، مقاومت معادل مدار افزایش می‌یابد و در نتیجه طبق رابطهٔ جریان در مدار تک‌حلقه ($I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$) ، با افزایش مقاومت معادل مدار، جریان عبوری از شاخهٔ اصلی کاهش خواهد یافت و بنابراین نور آن کم خواهد شد. چون مولد آرمانی است، اختلاف پتانسیل دو سر آن همواره ثابت و برابر با ε است.



بنابراین مجموع اختلاف پتانسیل دو سر لامپ $L_۱$ و لامپ $L_۳$ ثابت و برابر با ε است و در نتیجه با کاهش $V_۳$ ، $V_۱$ افزایش خواهد یافت و در نتیجه جریان عبوری از آن ($I_۱$) افزایش خواهد یافت و لامپ $L_۱$ پُر نورتر خواهد شد. با توجه به قاعدهٔ انشعاب، $I = I_۱ + I_۲$ است و با کاهش I و افزایش $I_۱$ ، حتماً $I_۲$ کاهش می‌یابد و در نتیجه نور لامپ $L_۲$ کاهش خواهد یافت.

۵ - گزینه ۱ می‌دانیم مشخصهٔ ($۲۲۰V, ۱۶۰W$) یعنی اگر به ولتاژ ۲۲۰ وصل شد توان مصرفی‌اش ۱۶۰ وات می‌شود. (همینطور واسه لامپ دوم)

حالا که به‌صورت موازی به ولتاژ $۵۵V$ متصل شدند، ولتاژ هر کدام ۵۵ وات می‌شد. که باید مشخص کنیم با این ولتاژ ۵۵ ولت هر کدام چه توانی مصرف دارند.

طبق رابطهٔ $P = \frac{V^۲}{R}$ و ثابت بودن R داریم:

$P \propto V^۲ \Rightarrow \frac{P'}{P} = (\frac{V'}{V})^۲$

لامپ اول: $\frac{P'}{P} = (\frac{۵۵}{۲۲۰})^۲ \Rightarrow P' = ۱۰W$

لامپ دوم: $\frac{P'}{۶۰} = (\frac{۵۵}{۱۱۰})^۲ \Rightarrow P' = ۱۵W$

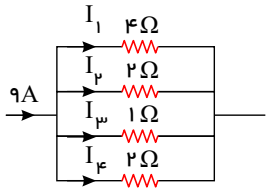
سؤال توان مجموعه را خواسته ، پس:

$P_T = ۱۰ + ۱۵ = ۲۵W$

۶ - گزینه ۱ همهٔ مقاومت‌ها با یکدیگر موازی‌اند. لذا اختلاف پتانسیل دو سر همهٔ آن‌ها با یکدیگر یکسان است و طبق رابطهٔ $V = RI$ داریم:

$V_۱ = V_۲ = V_۳ = V_۴ \Rightarrow ۴I_۱ = ۲I_۲ = I_۳ = ۲I_۴$

$\Rightarrow I_۱ = \frac{۱}{۴}I_۳, I_۲ = \frac{۱}{۲}I_۳, I_۴ = \frac{۱}{۲}I_۳$



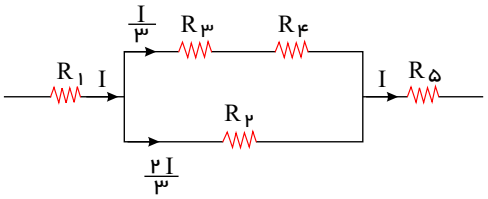
مجموع جریان عبوری از مقاومت‌ها، برابر است با جریان در شاخهٔ اصلی، بنابراین:

$۹ = I_۱ + I_۲ + I_۳ + I_۴ \Rightarrow ۹ = \frac{۱}{۴}I_۳ + \frac{۱}{۲}I_۳ + I_۳ + \frac{۱}{۲}I_۳ \Rightarrow ۹ = \frac{۹}{۴}I_۳ \Rightarrow I_۳ = ۴A$

۷ - گزینه ۴ در مدار سؤال بیش‌ترین جریان از $R_۱$ و $R_۵$ می گذرد. اگر این دو مقاومت آسیب نبینند، هیچ مقاومت دیگری آسیب نمی‌بیند. بنابراین بیش‌ترین توان را برای این دو مقاومت در نظر می گیریم:

$P_۱ = P_۵ = RI^۲ = ۵۴W$

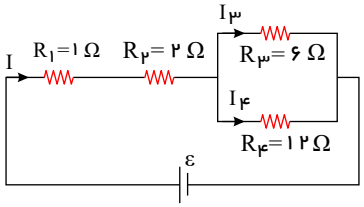
$P_T = P_۱ + P_۲ + P_۳ + P_۴ + P_۵$



$\Rightarrow P_T = RI^۲ + \frac{۴}{۹}RI^۲ + \frac{۱}{۹}RI^۲ + \frac{۱}{۹}RI^۲ + RI^۲ \Rightarrow P_T = \frac{۲۴}{۹}RI^۲ = \frac{۲۴}{۹} \times ۵۴ = ۱۴۴W$

۸ - گزینه ۳

اگر جریان عبوری از شاخهٔ اصلی مدار برابر با I باشد، باتوجه به این‌که مقاومت‌های $R_۳$ و $R_۴$ موازی هستند، جریان عبوری از هریک از آن‌ها برابر است با:



$V_۳ = V_۴ \Rightarrow R_۳I_۳ = R_۴I_۴ \Rightarrow ۶I_۳ = ۱۲I_۴ \Rightarrow I_۳ = ۲I_۴ \quad (۱)$

از طرفی با توجه به قاعدهٔ انشعاب، می‌توان نوشت:

$I = I_۳ + I_۴ \quad (۲)$

$\xrightarrow{(۱),(۲)} I = ۲I_۴ + I_۴ \Rightarrow I_۴ = \frac{۱}{۳}I \, , \, I_۳ = \frac{۲}{۳}I$

حال با استفاده از رابطهٔ $P = RI^۲$، توان مصرفی هر مقاومت را حساب می‌کنیم. داریم:

$P_۱ = R_۱I_۱^۲ = ۱ \times I^۲ \Rightarrow P_۱ = I^۲$

$P_۲ = R_۲I_۲^۲ = ۲ \times I^۲ \Rightarrow P_۲ = ۲I^۲$

$P_۳ = R_۳I_۳^۲ = ۶ \times \left(\frac{۲}{۳}I\right)^۲ \Rightarrow P_۳ = \frac{۸}{۳}I^۲$

$P_۴ = R_۴I_۴^۲ = ۱۲ \times \left(\frac{۱}{۳}I\right)^۲ \Rightarrow P_۴ = \frac{۴}{۳}I^۲$

مشاهده می‌شود مقاومت $R_۳$ بیش‌ترین توان مصرفی را در بین مقاومت‌ها دارد.

۹ - گزینه ۲ ولت سنج ایده‌آل، موازی شاخهٔ آمپرسنج ایده‌آل است و چون مقاومت آمپرسنج ایده‌آل صفر است، ولت‌سنج ایده‌آل هم مقدار صفر را نشان می‌دهد.

از طرفی چون آمپرسنج ایده‌آل است، جریانی از R_3 عبور نمی‌کند و آمپرسنج جریان مدار را نشان می‌دهد. (دقت کنید از R_2 هم جریانی رد نمی‌شود چون در شاخهٔ ولت‌سنج ایده‌آل قرار دارد.)

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{۱۴}{۱ + ۳} = \frac{۷}{۲} = ۳/۵A$$

۱۰ - گزینه ۴ از روی نمودار می‌توان گفت جریان در رأس سهمی برابر $\frac{۹ + ۳}{۲} = ۶A$ است. پس:

$$I_{\text{رأس}} = \frac{\varepsilon}{۲r} \Rightarrow ۶ = \frac{\varepsilon}{۲ \times ۲} \Rightarrow \varepsilon = ۲۴V$$

$$\frac{P_{max}}{P'} = \frac{\frac{\varepsilon^۲}{۴r}}{\varepsilon I - rI^۲} = \frac{\frac{۲۴^۲}{۴ \times ۲}}{۲۴ \times ۳ - ۲ \times ۹} = \frac{۷۲}{۵۴} = \frac{۴}{۳}$$

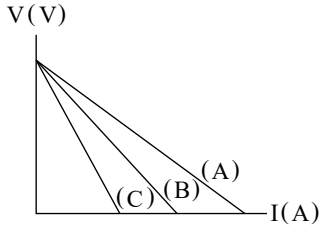
پاسخنامه کلیدی

۱ - ۴	۳ - ۳	۵ - ۱	۷ - ۴	۹ - ۲
۲ - ۳	۴ - ۱	۶ - ۱	۸ - ۳	۱۰ - ۴

نام و نام خانوادگی:

سید رضا علایی

۱ – نمودار اختلاف پتانسیل دو سر مولد برحسب جریان عبوری از آن برای مولدهای A، B و C مطابق شکل زیر است. اگر دو سر یک مقاومت را به دو سر هر یک از این مولدها وصل کنیم، توان خروجی کدام مولد بیشتر است؟



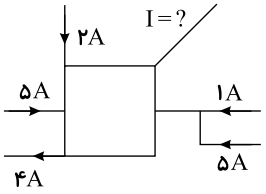
① A

② B

③ C

④ در هر سه برابر است.

۲ – در شکل زیر که بخشی از یک مدار است، اندازهٔ جریان I در شاخهٔ مشخص شده چند آمپر و در کدام جهت است؟



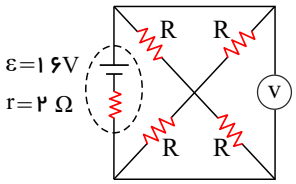
① ۹، ↙

② ۷، ↙

③ ۹، ↗

④ ۷، ↗

۳ – در مدار شکل زیر ولت‌سنج ایده‌آل چند ولت را نشان می‌دهد؟ ($R = ۶\,\Omega$)



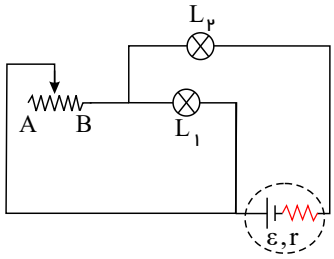
① ۹

② ۱۲

③ ۱۵

④ ۱۸

۴ – مداری مطابق شکل زیر بسته‌ایم. چنان‌چه لغزندهٔ رئوستا به‌سمت نقطهٔ A حرکت کند، نور لامپ‌های L_1 و L_2 به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟



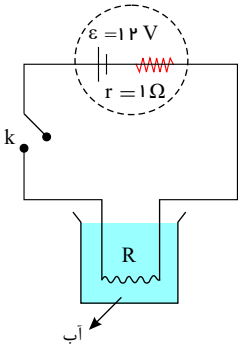
① افزایش – افزایش

② کاهش – افزایش

③ افزایش – کاهش

④ کاهش – کاهش

۵ – در مدار شکل زیر با بسته شدن کلید k و برقراری جریان، دمای آب توسط المنت برقی R بالا می‌رود. اگر جرم آب درون ظرف $۱۰۰g$ و مقاومت الکتریکی المنت ۵Ω باشد پس از ۱ دقیقه و ۲۴ ثانیه، دمای آب چند درجهٔ سلسیوس افزایش می‌یابد؟ (از اتلاف انرژی صرف نظر شود. دمای اولیهٔ آب ۲۰ درجه سلیوس است و $c_{آب} = ۴۲۰۰ \frac{J}{kg^\circ C}$)



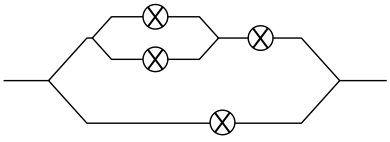
① ۱

② ۲

③ ۳

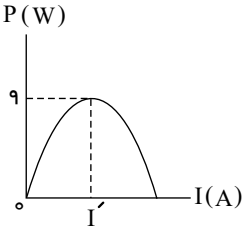
④ ۴

۶ - در مدار زیر همهٔ لامپ‌ها مشابه و بیش‌ترین توان الکتریکی که هر لامپ می‌تواند تحمل کند $۱۸W$ است. حداکثر توان مصرفی در مجموعهٔ این لامپ‌ها چند وات باشد به‌طوری که هیچ‌یک از لامپ‌ها آسیب نبینند؟



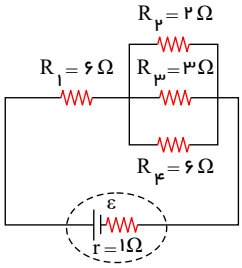
(۱) ۲۴
(۲) ۳۰
(۳) ۴۲
(۴) ۴۸

۷ - نمودار تغییرات توان خروجی یک مولد برحسب جریان گرفته شده از آن مطابق شکل زیر است. اگر نیروی محرکهٔ مولد ۶ ولت باشد، I' چند آمپر می‌باشد؟



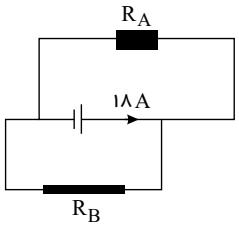
(۱) ۳
(۲) ۹
(۳) ۶
(۴) ۱/۵

۸ - در مدار شکل زیر، توان مصرفی در مقاومت R_1 چند برابر توان مصرفی در مقاومت R_3 می‌باشد؟



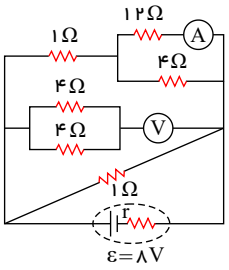
(۱) $\frac{۱}{۳}$
(۲) ۳
(۳) ۹
(۴) ۱۸

۹ - جرم سیم مسی A دو برابر جرم سیم مسی B است. اگر شعاع مقطع سیم A دو برابر شعاع مقطع سیم Bباشد، جریان عبوری از سیم A در مدار شکل مقابل چند آمپر است؟



(۱) ۱۶
(۲) ۸
(۳) ۱۲
(۴) ۱۴

۱۰ - در مدار شکل مقابل، اگر توان خروجی مولد بیشینه باشد، آمپرسنج چه عددی را برحسب آمپر نشان می‌دهد؟(آمپرسنج و ولت‌سنج ایده‌آل هستند.)



(۱) ۰/۲۵
(۲) ۰/۵
(۳) ۰/۷۵
(۴) ۱

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۱ با توجه به رابطهٔ اختلاف پتانسیل دو سر مولد، اندازهٔ شیب خط برابر با مقاومت درونی مولد است.

$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow{|\text{شیب خط } C|>|\text{شیب خط } B|>|\text{شیب خط } A|} r_C > r_B > r_A$$

اکنون با توجه به رابطهٔ جریان عبوری از مولد داریم:

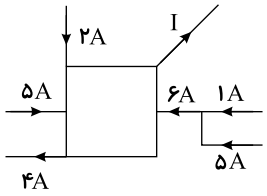
$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \xrightarrow[r_C>r_B>r_A, \varepsilon_A=\varepsilon_B=\varepsilon_C]{R_A=R_B=R_C} I_A > I_B > I_C$$

با توجه به این‌که توان خروجی باتری با توان مصرفی مقاومت برابر است، داریم:

$$P = RI^2 \xrightarrow[I_A>I_B>I_C]{R_A=R_B=R_C} P_A > P_B > P_C$$

۲ - گزینه ۳ با توجه به شکل و قاعدهٔ گره، جمع جریان‌های ورودی به مربع برابر است با جمع جریان‌های خروجی از آن.

$$۵ + ۲ + ۶ = ۴ + I \Rightarrow I = ۹A \nearrow$$

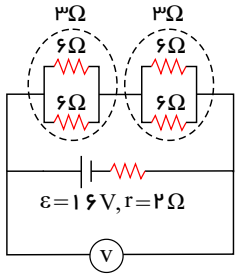


۳ - گزینه ۲ ولت‌سنج ایده‌آل، همان اختلاف پتانسیل دوسر باتری را نشان می‌دهد.

$$R_{eq} = ۶\,\Omega$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r + R_{eq}} = \frac{۱۶}{۲+۶} = ۲A$$

$$V = \mathcal{E} - rI = ۱۶ - ۲ \times ۲ = ۱۲V$$



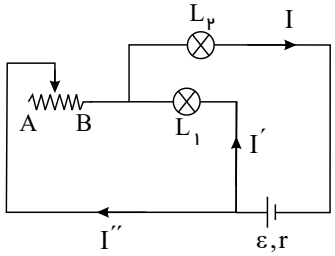
۴ - گزینه ۳ با حرکت لغزنده به‌سمت نقطهٔ A مقدار مقاومت رئوستا افزایش یافته و مقاومت معادل نیز زیاد می‌شود. پس طبق رابطهٔ $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}+r}$ جریان عبوری از مولد کاهش خواهد یافت. لذا جریان عبوری از لامپ $L_۲$ کاهش یافته و براساس رابطهٔ $P = RI^2$ توان مصرفی و نور لامپ $L_۲$ نیز کاهش خواهد یافت. برای بررسی نور لامپ $L_۱$ می‌توان این گونه نوشت:

$$V_{\text{مولد}} = \mathcal{E} - rI \downarrow \Rightarrow V_{\text{مولد}} \uparrow,\ V_{L_۲} = RI \downarrow \Rightarrow V_{L_۲} \downarrow$$

$L_۲$

$$\text{متوالی } L_۱ \text{ و رئوستا با معادل } \Rightarrow V_{\text{مولد}} \uparrow = V_{\text{رئوستا و } L_۱} + V_{L_۲} \downarrow$$

$$\Rightarrow V_{\text{رئوستا و } L_۱} \uparrow = V_{\text{مولد}} \uparrow - V_{L_۲} \downarrow \Rightarrow V_{\text{رئوستا و } L_۱} \uparrow$$



پس طبق رابطهٔ $P = \frac{V^2}{R}$ با افزایش ولتاژ دو سر $L_۱$، توان مصرفی و نور آن نیز افزایش می‌یابد.

۵ - گزینه ۴

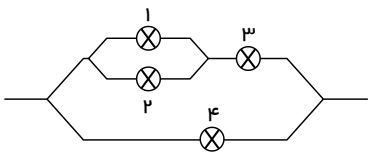
$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} = \frac{۱۲}{۵+۱} = ۲A$$

$$U = RI^2 t = ۵ \times ۲^2 \times ۸۴ = ۱۶۸۰J$$

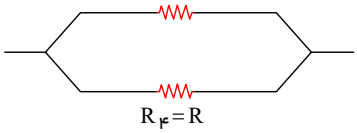
$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow ۱۶۸۰ = ۰/۱ \times ۴۲۰۰ \times \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = ۴^\circ C$$

۶ - گزینه ۲

مطابق شکل روبه‌رو، چون لامپ‌ها مشابه هستند و مقاومت معادل لامپ‌های ۱ و ۲ و ۳ بیشتر از مقاومت لامپ ۴ است، بنابراین جریان بیشتری به لامپ ۴ می‌رسد و توان آن از همهٔ لامپ‌ها بیشتر است. بنابراین توان این لامپ $۱۸W$ است.



$R_{۱,۲,۳}=\frac{۳}{۲}R$



$R_۴=R$

در حالت موازی: $\frac{P_{کل}}{P_۴}=\frac{R_۴}{R_{eq}}\Rightarrow\frac{P_{کل}}{۱۸}=\frac{R}{\frac{۳}{۵}R}\Rightarrow P_{کل}=۳۰W$

۷ - گزینه ۱

توان خروجی مولد از رابطهٔ $P_{خروجی}=\varepsilon I-rI^۲$ به‌دست می‌آید که رابطهٔ P برحسب I یک سهمی است و ماکزیمم مقدار آن از طریق به‌دست آوردن مختصات رأس سهمی به‌دست می‌آید، داریم:

$$P=\varepsilon I-rI^۲$$

$$I'=\frac{-\varepsilon}{۲\times(-r)}=\frac{\varepsilon}{۲r}$$

حال با جایگذاری I' در معادلهٔ سهمی، ماکزیمم مقدار توان خروجی به‌دست می‌آید:

$$P_{max}=\varepsilon\times\frac{\varepsilon}{۲r}-r(\frac{\varepsilon}{۲r})^۲=\frac{\varepsilon^۲}{۴r}$$

مطابق شکل صورت سؤال، توان بیشینهٔ مولد ۹ وات است که از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$P_{max}=\frac{\varepsilon^۲}{۴r}\Rightarrow ۹=\frac{۳۶}{۴r}\Rightarrow r=۱\Omega$$

I' جریانی است که در آن توان خروجی مولد بیشینه شده و از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$I'=\frac{\varepsilon}{۲r}=\frac{۶}{۲\times۱}=۳A$$

۸ - گزینه ۴ در اتصالات موازی طبق رابطهٔ $V=IR$، جریان عبوری از هر مقاومت به نسبت عکس مقاومت آن‌ها توزیع می‌شود. فرض کنید جریان گذرنده از $R_۳$ برابر با I باشد، پس جریان گذرنده از $R_۲$ برابر با $\frac{۳}{۲}I$ و جریان گذرنده از $R_۴$ برابر $\frac{۱}{۲}I$ و جریان گذرنده از $R_۱$ برابر با جمع این جریان‌ها خواهد بود.

$$I_۱=I+\frac{۳}{۲}I+\frac{۱}{۲}I=۳I$$

در نتیجه داریم:

$$P=RI^۲\Rightarrow\frac{P_۱}{P_۳}=\frac{R_۱}{R_۳}\times(\frac{I_۱}{I_۳})^۲=\frac{۶}{۳}\times(\frac{۳I}{I})^۲=۱۸$$

۹ - گزینه ۱ با توجه به این که هر دو سیم مسی هستند، چگالی آن‌ها با هم برابر است و داریم:

$$m_A=۲m_B\xrightarrow{\rho_A=\rho_B}V_A=۲V_B\Rightarrow\pi r_A^۲L_A=\pi r_B^۲L_B\xrightarrow{r_A=۲r_B}(۲r_B)^۲L_A=۲r_B^۲L_B\Rightarrow L_B=۲L_A$$

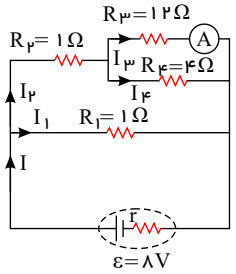
برای محاسبهٔ R_A بر حسب R_B داریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}=\frac{L_A}{L_B}\times(\frac{r_B}{r_A})^۲\xrightarrow[r_A=۲r_B]{L_B=۲L_A}\frac{R_A}{R_B}=\frac{۱}{۲}\times(\frac{۱}{۲})^۲=\frac{۱}{۸}\Rightarrow R_B=۸R_A$$

چون مقاومت‌ها موازی‌اند، سهم جریان عبوری از مقاومت A (سیم رسانای A) برابر است با:

$$I_A=\frac{R_B}{R_A+R_B}\Rightarrow I=\frac{۸R_A}{R_A+۸R_A}\times۱۸=۱۶A$$

۱۰ - گزینه ۱



چون در شاخهٔ وسط، ولت‌سنج ایده‌آل به‌صورت متوالی با اجزای مدار قرار دارد، جریانی از این شاخه عبور نمی‌کند و بنابراین داریم:

$$R_{۳,۴}=\frac{R_۳\times R_۴}{R_۳+R_۴}=\frac{۱۲\times۴}{۱۲+۴}=۳\Omega$$

$$R_{۲,۳,۴}=R_۲+R_{۳,۴}=۱+۳=۴\Omega$$

$$R_{eq}=\frac{R_۱\times R_{۲,۳,۴}}{R_۱+R_{۲,۳,۴}}=\frac{۱\times۴}{۱+۴}=۰/۸\Omega$$

توان خروجی مولد از رابطهٔ $P_{خروجی}=\varepsilon I-rI^۲$ محاسبه می‌شود و به سادگی از خواص سهمی می‌توان نشان داد به ازای $r=R_{eq}$ توان خروجی مولد بیشینه خواهد بود. بنابراین داریم:

$$r=R_{eq}=۰/۸\Omega$$

در نتیجه جریان مدار برابر است با:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۸}{۰٫۸ + ۰٫۸} \Rightarrow I = ۵A$$

از طرفی داریم:

$$V_۱ = V_{۲,۳,۴} \Rightarrow I_۱R_۱ = I_۲R_{۲,۳,۴} \Rightarrow I_۱ = ۴I_۲ \quad (*)$$

$$I_۱ + I_۲ = I \xrightarrow{(*)} I_۲ = ۱A$$

همچنین داریم:

$$V_۳ = V_۴ \Rightarrow R_۳I_۳ = R_۴I_۴ \Rightarrow ۱۲I_۳ = ۴I_۴ \Rightarrow I_۴ = ۳I_۳ \quad (**)$$

$$I_۳ + I_۴ = I_۲ = ۱A \xrightarrow{(*)\,,\,(**)} I_۳ = ۰٫۲۵A$$

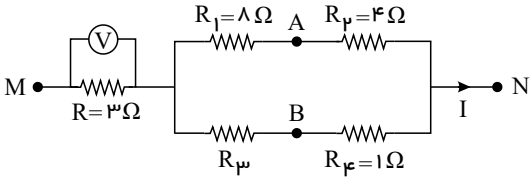
پاسخنامه کلیدی

۱ - ۱	۲ - ۳	۴ - ۵	۱ - ۷	۱ - ۹
۳ - ۲	۳ - ۴	۲ - ۶	۴ - ۸	۱ - ۱۰

نام و نام خانوادگی:

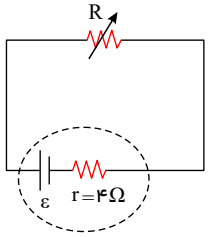
سید رضا علایی

۱ - در شکل زیر، اگر ولت‌سنج آرمانی عدد $۳۶V$ را نشان دهد و $V_A - V_B = ۳V$ باشد، مقاومت $R_۳$ چند اهم است؟



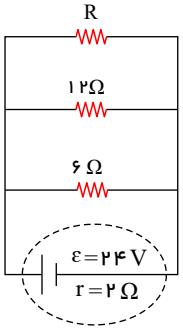
(۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۱
(۴) ۵

۲ - در مدار شکل زیر مقاومت رئوستا را تغییر می‌دهیم. اگر توان مفید مولد به ازای مقاومت‌های $R_A = ۲\Omega$ و $R_B = ۶\Omega$ و $R_C = ۱۰\Omega$ به ترتیب P_A ، P_B و P_C باشد، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟



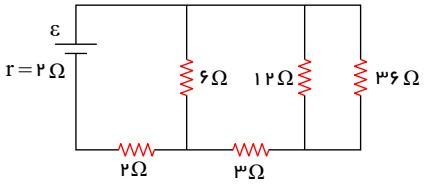
(۱) $P_A > P_B > P_C$
(۲) $P_B > P_A > P_C$
(۳) $P_B > P_C > P_A$
(۴) $P_C > P_B > P_A$

۳ - با توجه به شکل مقابل، در صورتی که توان خروجی مولد بیشینه باشد، توان مصرفی مقاومت ۶ اهمی چند برابر توان مصرفی مقاومت R است؟



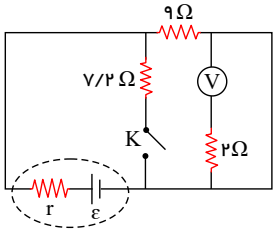
(۱) $\frac{۲}{۳}$
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) $\frac{۳}{۲}$

۴ - در مدار زیر، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومتی که بیشترین توان در آن تلف می‌شود، ۱۲ ولت است. ε چند ولت است؟



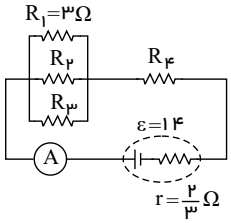
(۱) ۱۲
(۲) ۱۸
(۳) ۲۰
(۴) ۲۴

۵ - در مدار شکل زیر، هنگامی که کلید K باز است، توان خروجی مولد برابر با P و هنگامی که کلید بسته است، باز هم توان خروجی مولد P است. مقاومت درونی مولد چند اهم است؟ (ولت‌سنج آرمانی است.)



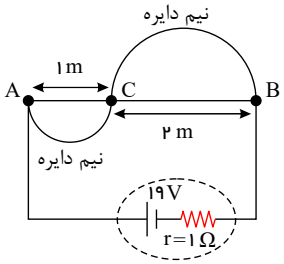
(۱) ۶
(۲) ۸/۱
(۳) ۲/۲
(۴) ۱/۱

۶ - با توجه به مدار داده شده اگر توان مصرفی در هر یک از مقاومت‌های خارجی با هم برابر باشد، آمپرسنج ایده‌آل چند آمپر را نشان می‌دهد؟



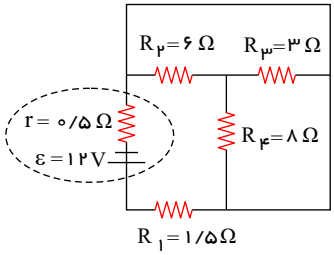
۱) ۵٫۲۵
۲) ۳
۳) ۷
۴) ۱۰٫۵

۷ - مطابق شکل زیر، یک سیم فلزی یکنواخت را که هر متر آن ۱۰Ω مقاومت دارد، بین دو نقطهٔ A و B بسته و به مولدی متصل می‌کنیم. گرمای تولید شده در این سیم در مدت ۱۰ دقیقه چند کیلوژول است؟($\pi = ۳$ و سیم‌های رابط فاقد مقاومت هستند.)



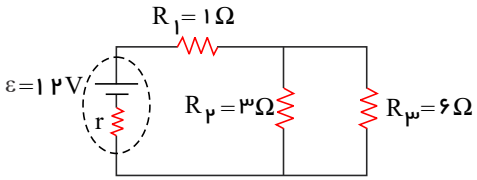
۱) ۱۰۸
۲) ۱۰٫۸
۳) ۵۴
۴) ۵٫۴

۸ - در مدار شکل زیر توان خروجی مولد چند وات است؟



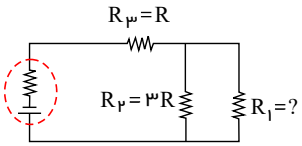
۱) ۵۴
۲) ۳۶
۳) ۴۸٫۲
۴) صفر

۹ - مطابق شکل زیر اگر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۳$، ۳ ولت بیشتر از اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت $R_۱$ باشد، اختلاف پتانسیل دو سر مولد چند ولت است؟



۱) ۴
۲) ۹
۳) ۶
۴) ۵

۱۰ - اگر توان الکتریکی مصرف شده در مقاومت $R_۱$، $\frac{۳}{۴}$ برابر توان الکتریکی مصرفی در مقاومت $R_۳$باشد، مقاومت $R_۱$ چند برابر مقاومت $R_۳$ است؟



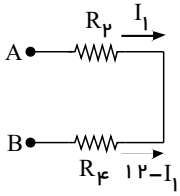
۱) ۳
۲) ۲
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

پاسخنامه تشریحی

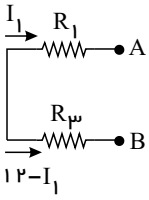
۱ - گزینه ۲

$$V = RI \Rightarrow I = \frac{۳۶}{۳} = ۱۲A$$

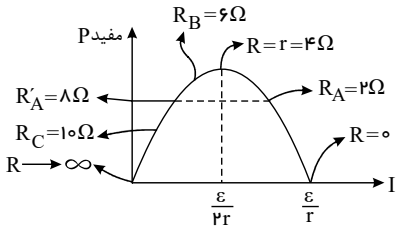
$$V_A - R_۲I_۱ + R_۴(۱۲ - I_۱) = V_B \Rightarrow \underbrace{V_A - V_B}_{۳} = ۴I_۱ - ۱(۱۲ - I_۱) \Rightarrow I_۱ = ۳A$$



$$V_A + R_۱I_۱ - R_۳(۱۲ - I_۱) = V_B \Rightarrow \underbrace{V_A - V_B}_{۳} = -۸ \times ۳ + R_۳(۱۲ - ۳) \Rightarrow R_۳ = ۳\Omega$$



۲ - گزینه ۲



$$P = \varepsilon I - rI^۲$$

نمودار توان مفید برحسب جریان عبوری مطابق سهمی شکل فوق است. با توجه به رابطهٔ توان مفید به ازای $R = r$ توان مفید مولد بیشینه است. اگر به ازای دو مقاومت R و R' توان مفید مولد یکسان باشد، در این صورت داریم:

$$\sqrt{R_A R'_A} = r \xrightarrow[r=۴\Omega]{R_A=۲\Omega} R'_A = ۸\Omega$$

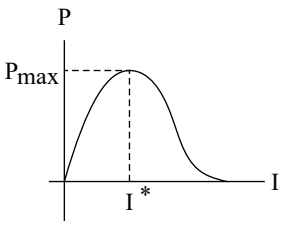
بنابراین با تعیین موقعیت‌های مربوط به هر مقاومت روی نمودار مطابق شکل داریم:

$$P_B > P_A > P_C$$

۳ - گزینه ۱

توان خروجی مولد $P = RI^۲ = (\frac{\varepsilon - rI}{I})I^۲ = (\varepsilon - rI)I = \varepsilon I - rI^۲$

$$I^* = \frac{\varepsilon}{۲r} \Rightarrow r = R_T$$



توان خروجی مولد هنگامی بیشینه است که $R_T = r = ۲\Omega$ باشد، با توجه به این که مقاومت‌های مدار موازی هستند، داریم:

$$\frac{۱}{R_T} = \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{R} \xrightarrow{R_T=۲\Omega} R = ۴\Omega$$

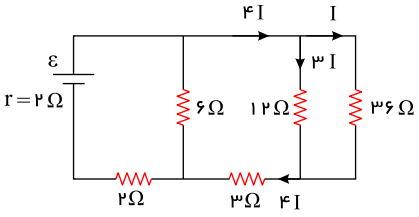
در اتصال موازی نسبت توان مصرفی مقاومت‌ها به نسبت عکس مقاومت الکتریکی آن‌ها است:

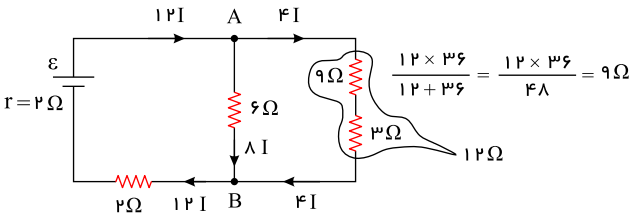
$$\frac{P_۶}{P_R} = \frac{\frac{V^۲}{۶}}{\frac{V^۲}{R}} = \frac{R}{۶} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}$$

۴ - گزینه ۴

جریان عبوری از مقاومت ۳۶Ω را I می‌نامیم.

جریان عبوری از هر شاخه با مقاومت آن شاخه رابطهٔ عکس دارد (نسبت به شاخه‌های موازی با آن شاخه).





توان هر مقاومت را از رابطهٔ $P = RI^۲$ محاسبه و با هم مقایسه می‌کنیم:

$۲\Omega \rightarrow ۲ \times (۱۲I)^۲ = ۲۸۸I^۲$

$۶\Omega \rightarrow ۶ \times (۸I)^۲ = ۳۸۴I^۲ \rightarrow$ بالاترین توان

$۱۲\Omega \rightarrow ۱۲ \times (۳I)^۲ = ۱۰۸I^۲$

$۳۶\Omega \rightarrow ۳۶ \times (I)^۲ = ۳۶I^۲$

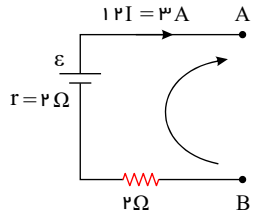
$۳\Omega \rightarrow ۳ \times (۴I)^۲ = ۴۸I^۲$

طبق فرض مسئله ولتاژ مقاومت ۶Ω می‌باید برابر ۱۲ ولت باشد. در ادامه جریان عبوری از مقاومت ۶Ω ، سپس مقدار I را محاسبه کرده و در نهایت، اگر مطابق شکل از B به A برویم، نیروی محرکهٔ مولد را به‌دست می‌آوریم.

$V = RI' \rightarrow ۱۲ = ۶I' \rightarrow I' = ۲A \rightarrow ۸I = ۲ \rightarrow I = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵A$

$V_B - ۲ \times ۳ - ۲ \times ۳ + \varepsilon = V_A \rightarrow V_A - V_B = \varepsilon - ۱۲ = ۱۲V$

$\rightarrow \varepsilon = ۲۴V$



۵ - گزینه ۱ به سادگی می‌توان اثبات کرد در صورتی که توان خروجی مولد در دو حالت یکسان باشد، حاصل‌ضرب مقاومت معادل مدار در دو حالت با مربع مقاومت درونی مولد برابر است.

$R_{eq}R'_{eq} = r^۲$

در این جا ولت‌سنج ایده‌آل مقاومت ۲Ω را از مدار حذف می‌کند، چون جریانی از ولت‌سنج عبور نمی‌کند. بنابراین خواهیم داشت:

حالت اول قطع کلید : $R_{eq} = ۹\Omega$

حالت دوم وصل کلید : $R'_{eq} = \frac{R_۱R_۲}{R_۱ + R_۲}$

$\xrightarrow[R_۱=۹\Omega]{R_۲=۷/۲\Omega} R'_{eq} = \frac{۹ \times ۷/۲}{۹ + ۷/۲} = ۴\Omega$

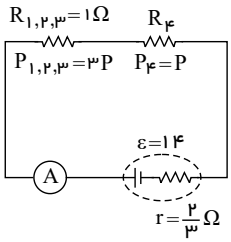
برای محاسبهٔ مقاومت داخلی (r) خواهیم داشت:

$R_{eq}R'_{eq} = r^۲ \Rightarrow ۹ \times ۴r^۲ \Rightarrow r = ۶\Omega$

۶ - گزینه ۳ با توجه به این‌که توان و ولتاژ در هر ۳ مقاومت $R_۱$، $R_۲$ و $R_۳$ برابر است، پس $R_۱ = R_۲ = R_۳ = ۳\Omega$ می‌باشد. پس داریم:

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} I_۴ = I_{۱,۲,۳} \\ P = RI^۲ \\ P_۴ = \frac{۱}{۳}P_{۱,۲,۳} \end{array} \right\} \Rightarrow R_۴ = \frac{۱}{۳}R_{۱,۲,۳} = \frac{۱}{۳} \times ۱ = \frac{۱}{۳}\Omega$$

$$\Rightarrow R_{eq} = ۱ + \frac{۱}{۳} = \frac{۴}{۳}\Omega$$



با توجه به رابطهٔ زیر جریان مدار به دست می‌آید:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۱۴}{\frac{۴}{۳} + \frac{۲}{۳}} = \frac{۱۴}{۲} = ۷A$$

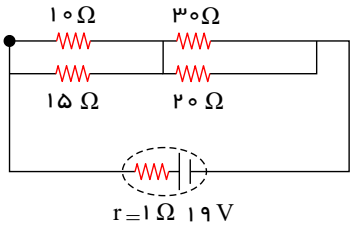
۷ - گزینه ۲

AC مقاومت سیم نیم‌دایرهٔ : $\pi r = ۳ \times ۰/۵ = ۱/۵m \xrightarrow{\times ۱۰} ۱۵\Omega$

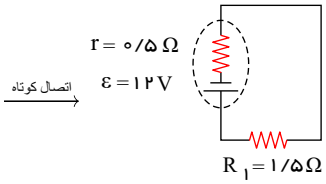
CB مقاومت سیم نیم‌دایرهٔ : $\pi r = ۳ \times ۱ = ۳m \xrightarrow{\times ۱۰} ۳۰\Omega$

$$I = \frac{\varepsilon}{r + Req} = \frac{۱۹}{۱ + ۱۸} = ۱A$$

$$U = ReqI^۲t = ۱۸ \times ۱^۲ \times ۱۰ \times ۶۰ = ۱۰۸۰۰J = ۱۰/۸kJ$$



۸ - گزینه ۱ در مدار صورت سؤال، مقاومت‌های $R_۲$ ، $R_۳$و $R_۴$ اتصال کوتاه می‌شوند و از مدار حذف می‌شوند:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} = \frac{۱۲}{۱/۵ + ۰/۵} = ۶A$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}} = \varepsilon I - rI^۲ \xrightarrow[I=۶A]{\varepsilon=۱۲V\ ,\ r=۰/۵\Omega} P = ۷۲ - ۱۸ = ۵۴W$$

۹ - گزینه ۲ اختلاف پتانسیل معادل $R_۲$ و $R_۳$ با اختلاف پتانسیل دو سر $R_۳$ برابر است. چون $R_۱$ و $R_{۲,۳}$ سری هستند، از آن‌ها جریان یکسانی می گذرد. پس:

$$V_{۲,۳} = V_۱ + ۳ \Rightarrow R_{۲,۳}I = R_۱ I + ۳ \Rightarrow ۲I = I + ۳ \Rightarrow I = ۳A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مولد، برابر است با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل مدار.

$$V = R_{eq} I = ۳ \times ۳ = ۹V$$

۱۰ - گزینه ۱

$$\text{موازی} R_۱, R_۲ : \frac{P_۲}{P_۱} = \frac{R_۱}{R_۲} \Rightarrow \frac{P_۲}{\frac{۳}{۴}P_۳} = \frac{R_۱}{۳R} \Rightarrow P_۲ = \frac{۱}{۴}P_۳\frac{R_۱}{R}$$

$$\text{سری} R_۳, R_{۱,۲} : \frac{P_۳}{P_{۱,۲}} = \frac{R_۳}{R_{۱,۲}} \Rightarrow \frac{P_۳}{\frac{۱}{۴}P_۳\frac{R_۱}{R} + \frac{۳}{۴}P_۳} = \frac{R}{\frac{۳RR_۱}{۳R + R_۱}}$$

$$\Rightarrow \frac{۴R}{R_۱ + ۳R} = \frac{R_۱ + ۳R}{۳R_۱} \Rightarrow R_۱^۲ + ۹R^۲ - ۶R_۱R_۲ = ۰ \Rightarrow (R_۱ - ۳R)^۲ = ۰ \Rightarrow \frac{R_۱}{R} = ۳$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۲	۳ - ۱	۵ - ۱	۷ - ۲	۹ - ۲
۲ - ۲	۴ - ۴	۶ - ۳	۸ - ۱	۱۰ - ۱

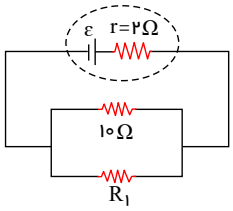
کد اجرا: نامشخص | تاریخ آزمون: ۱۴۰۵/۰۱/۲۸

نام و نام خانوادگی: | زمان برگزاری: ۱۷ دقیقه

نام آزمون: مقاومت الکتریکی

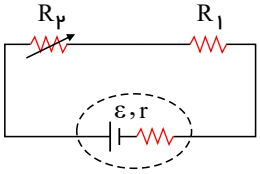
سید رضا علایی

۱ – در مدار شکل زیر، مقاومت R_1 چند اهم شود تا افت پتانسیل درون مولد برابر نیروی محرکهٔ آن گردد؟



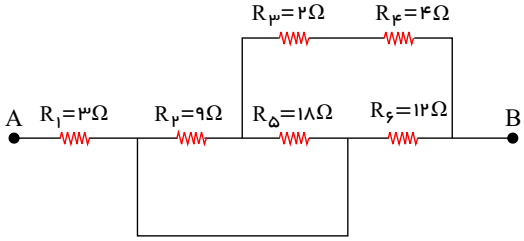
① ۱۰
② ۵
③ ۲
④ صفر

۲ – در مدار شکل زیر اگر مقاومت متغیر R_2 را افزایش دهیم، اختلاف پتانسیل دو سر مولد و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟ $(r \neq 0)$



① کاهش – کاهش
② افزایش – کاهش
③ افزایش – افزایش
④ کاهش – افزایش

۳ – در شکل زیر، مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و B چند اهم است؟

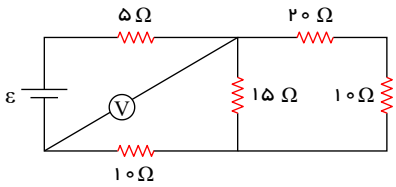


① ۹
② ۷٫۵
③ ۸
④ ۱۲

۴ – سیمی فلزی به طول $300m$، قطر $2mm$ و مقاومت ویژهٔ $1/5 \times 10^{-8}\Omega \cdot m$ را به اختلاف پتانسیل الکتریکی ثابت ۲۴ ولت وصل می‌کنیم. در مدت زمان ۵ دقیقه تعداد الکترون‌های عبوری از هر مقطع سیم کدام است؟ $(\pi = 3 \ , \ e = 1/6 \times 10^{-19} C)$

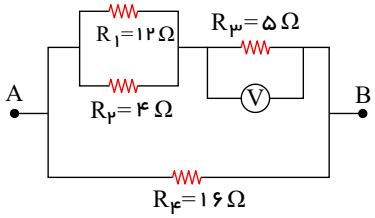
① $7/5 \times 10^{22}$
② 125×10^{21}
③ 3×10^{22}
④ 125×10^{23}

۵ – در مدار زیر، ولت‌سنج آرمانی ۶ ولت را نشان می‌دهد. ولتاژ دو سر مولد چند ولت است؟



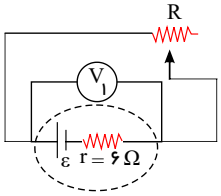
① ۳٫۰
② ۴٫۵
③ ۵٫۰
④ ۷٫۵

۶ – در شکل زیر، اگر ولت‌سنج ایده‌آل عدد $20V$ را نشان دهد، اختلاف‌پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B برحسب ولت و جریان عبوری از مقاومت ۱۶اهمی برحسب آمپر به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟



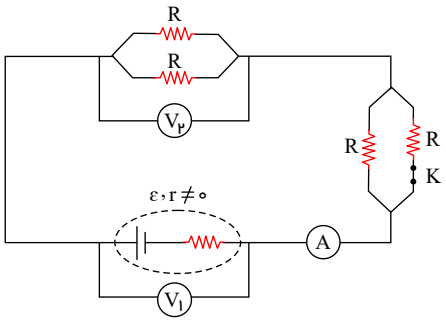
① ۳۲ و ۴
② ۳۲ و ۲
③ ۶۴ و ۴
④ ۲۰ و ۲

۷ – در مدار شکل زیر، مقاومتی از رئوستا که در مدار قرار دارد، برابر با 24Ω است. مقاومت رئوستا را چند اهم کاهش دهیم تا ولت‌سنج ایده‌آل $\frac{1}{4}$ مقدار اولیه را نشان دهد؟



① ۱٫۵
② ۲۲٫۵
③ ۴
④ ۲۰

۸ – در مدار شکل زیر، اگر کلید K را باز کنیم، اعدادی که آمپرسنج و ولت‌سنج‌های V_1 و V_2 نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می کند؟ (آمپرسنج و ولت‌سنج‌ها آرمانی هستند.)



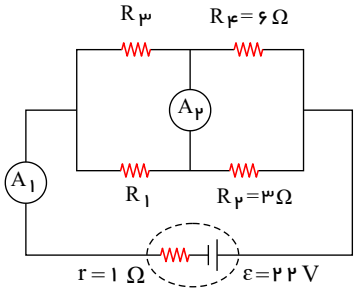
۱) افزایش – افزایش – کاهش

۲) کاهش – ثابت – کاهش

۳) کاهش – ثابت – افزایش

۴) کاهش – افزایش – کاهش

۹ – در مدار شکل زیر، آمپرسنج ایده‌آل A_1 عدد $6A$ و آمپرسنج ایده‌آل A_2 عدد صفر را نشان می‌دهد. به‌ترتیب از راست به چپ مقاومت‌های R_1 و R_3 برحسب اُهم کدام‌اند؟



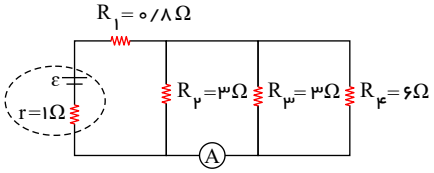
۱) $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{6}$

۲) ۱٫۵ و ۱٫۲

۳) ۱ و ۲

۴) $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{3}$

۱۰ – در مدار شکل زیر، اگر آمپرسنج ایده‌آل ۳ آمپر را نشان دهد، نیروی محرکهٔ مولد چند ولت است؟



۱) ۹

۲) ۱۵

۳) ۲۲/۵

۴) ۱۰

پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴ بنا به رابطهٔ $V=\varepsilon-Ir$، اگر افت پتانسیل درون مولد (یعنی rI) برابر با نیروی محرکهٔ آن شود. اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر صفر می‌شود.

از طرف دیگر، چون اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر با اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی است. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌های موازی صفر می‌باشد. در این حالت، بنا به رابطهٔ $V=R_{eq}I$، مقاومت معادل مقاومت‌های R_1 و 10Ω نیز صفر خواهد بود.

$$V=R_{eq}I \xrightarrow{V=0} 0=R_{eq}I \xrightarrow{I\neq 0} R_{eq}=0$$

با صفر شدن مقاومت معادل، الزاماً باید یکی از این دو مقاومت صفر باشد، چون 10Ω نمی‌تواند صفر باشد، لذا $R_1=0$ است.

$$\frac{1}{R_{eq}}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{10} \xrightarrow{R_{eq}=0} \frac{1}{0}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{10} \Rightarrow \infty=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{10} \Rightarrow \frac{1}{R_1}=\infty \Rightarrow R_1=0$$

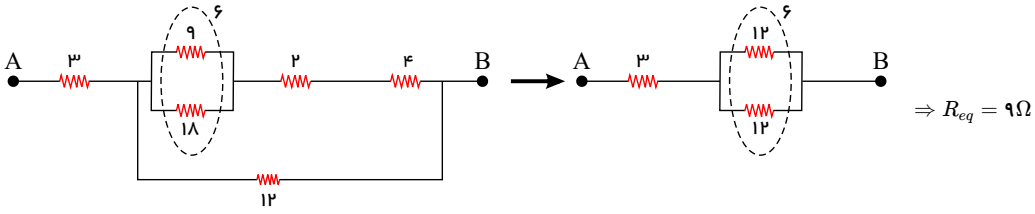
۲ - گزینه ۳

$$R_2\uparrow \Rightarrow R_{eq}\uparrow \Rightarrow I_{\text{کل}}\downarrow$$

اختلاف پتانسیل دو سر مولد: $V_{\text{مولد}}=\mathcal{E}-rI \xrightarrow[\mathcal{E}\,و\,r\,\text{ثابت}]{I\,\text{کاهش}} V_{\text{مولد}}\uparrow$

$$V_{\text{مولد}}=V_{R_1}+V_{R_2} \xrightarrow[V_{R_1}\,\text{کاهش}]{V_{\text{مولد}}\,\text{افزایش}} V_{R_2}\uparrow$$

۳ - گزینه ۱



$$\Rightarrow R_{eq}=9\Omega$$

۴ - گزینه ۳ مقاومت از رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ بدست آورده و با جایگذاری در رابطهٔ $R=\frac{V}{I}$ تعداد جریان I را محاسبه کنیم و سپس با جایگذاری از $I=\frac{q}{t}$ مقدار q را حساب کرده و از رابطهٔ $q=ne$ تعداد الکترون‌ها (n) را بدست می‌آوریم.

نکته: در اینگونه تست‌ها برای افزایش سرعت عمل محاسباتی می‌توان روابط را با هم ترکیب کرده و اعداد را یک مرتبه جایگذاری نمود تا سریعاً اعداد ساده شوند.

$$q=ne \xrightarrow{q=It=\frac{V}{R}t=\frac{V}{\rho\frac{L}{A}}t=\frac{VAt}{\rho L}} \frac{VAt}{\rho L}=ne$$

$$\xrightarrow[r=1mm=10^{-3}m]{A=\pi r^2} \frac{24\times 3\times 10^{-6}\times 5\times 60}{1{,}5\times 10^{-8}\times 300}=n\times 1{,}6\times 10^{-19}$$

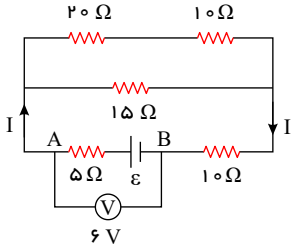
$$3\times 10^3=n\times 10^{-19} \Rightarrow n=3\times 10^{22}$$

۵ - گزینه ۴ روش اول: مدار معادل به شکل زیر است:

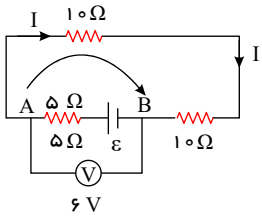
$$R_{eq}=\frac{30\times 15}{30+15}=\frac{450}{45}=10$$

$$\rightarrow I=\frac{\varepsilon}{25} \rightarrow V_{AB}=\xrightarrow{V_{AB}=\varepsilon-5I}$$

$$\rightarrow 6=\varepsilon-5\left(\frac{\varepsilon}{25}\right)=\varepsilon-\frac{\varepsilon}{5}=\frac{4}{5}\varepsilon \rightarrow \boxed{\varepsilon=\frac{30}{4}=7{,}5V}$$



روش دوم:



$V_A = -۱۰I - ۱۰I = V_B \rightarrow V_{AB} = ۲۰I \rightarrow ۶ = ۲۰I \rightarrow \boxed{I = ۰/۳A}$

$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \rightarrow \frac{۳}{۱۰} = \frac{\varepsilon}{۲۵} \rightarrow \varepsilon = \frac{۷۵}{۱۰} = \boxed{۷/۵V}$

۶ - گزینه ۲

ابتدا مقاومت معادل $R_۱$ و $R_۲$ را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$R' = \frac{R_۱ R_۲}{R_۱ + R_۲} = \frac{۱۲ \times ۴}{۱۲ + ۴} = ۳\Omega$$

جریان عبوری از مقاومت $R_۳$ برابر است با:

$$I_۲ = \frac{V_۳}{R_۳} = \frac{۲۰}{۵} \Rightarrow I_۳ = ۴A \Rightarrow I' = ۴A$$

بنابراین:

$$V' = R'I' = ۳ \times ۴ = ۱۲V$$

$$\Rightarrow V_{AB} = V_T = V' + V_۳ = ۱۲ + ۲۰ = ۳۲V$$

اکنون قانون اهم را برای مقاومت $R_۴$ به‌کار می‌بریم. باتوجه به این‌که مقاومت $R_۴$ با شاخهٔ بالایی موازی است، بنابراین ولتاژ یکسانی با این شاخه دارد.

$V_۴ = V_{AB} = ۳۲V$

$I_۴ = \frac{V_۴}{R_۴} = \frac{۳۲}{۱۶} = ۲A$

۷ - گزینه ۲ ولت‌سنج ایده‌آل اختلاف پتانسیل دو سر مولد و مقاومت خارجی را نشان می‌دهد:

عدد ولت‌سنج در حالت اول: $V_۱ = R_۱ I_۱ \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}$

$V_۱ = R_۱ \times \frac{\varepsilon}{R_۱ + r} \xrightarrow[r=۶\Omega]{R_۱=۲۴\Omega} V_۱ = \frac{۲۴\varepsilon}{۳۰} = \frac{۴}{۵}\varepsilon$

عدد ولت‌سنج در حالت دوم: $V_۲ = R_۲ I_۲ \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R+r}}$

$V_۲ = R_۲ \times \frac{\varepsilon}{R_۲ + r} \xrightarrow{r=۶\Omega} V_۲ = \frac{\varepsilon R_۲}{R_۲ + ۶}$

$$\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{۱}{۴} = \frac{\frac{R_۲\varepsilon}{R_۲ + ۶}}{\frac{۴}{۵}\varepsilon} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{۵} = \frac{R_۲\varepsilon}{R_۲ + ۶} \Rightarrow ۵R_۲ = R_۲ + ۶$$

$\Rightarrow ۴R_۲ = ۶ \Rightarrow R_۲ = \frac{۶}{۴} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵\Omega$

$\Delta R = R_۲ - R_۱ = ۱/۵ - ۲۴ = -۲۲/۵\Omega$

۸ - گزینه ۴ نکته: اگر مقاومتی موازی حذف شود مقاومت معادل زیاد می‌شد. اگر مقاومت موازی اضافه شود مقاومت معادل کم می‌شود.

با باز کردن k یک مقاومت موازی از مدار حذف می‌شود و با این کار مقاومت معادل افزایش پیدا می‌کند. (R_T) که اولین اثر آن روی جریان مدار است که طبق رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{r + R_T}$، با افزایش R_T، جریان مدار کاهش می‌یابد. با بررسی آمپرسنج و ولت‌سنج‌ها داریم:

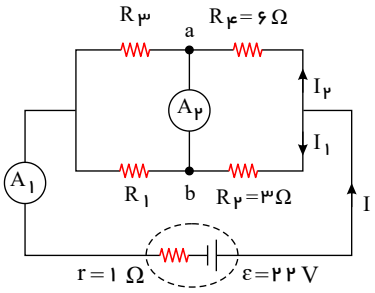
(A) آمپرسنج در شاخهٔ (سیم) اصلی مدار قرار گرفته ، پس جریان کل آمپرسنج همانطور که نشان داده شده، کاهش می‌یابد.

($V_۱$) ولت‌سنج $V_۱$ به دو سر مولد وصل، پس ولتاژ دو سر مولد یعنی $V = \varepsilon - Ir$ را نشان می‌دهد که با کاهش I مقدار V زیاد می‌شود. (تا اینجا گزینه درست مشخص شد.)

($V_۲$) ولت‌سنج $V_۲$ ولتاژ دو سر مقاومت‌های موازی را نشان می‌دهد که با ولتاژ معادل آن‌ها برابر ، پس:

$V_۲ = V_T = R_T I_T \xrightarrow[\text{ثابت} R_T]{\text{کاهش} I_T} V_۱$: کاهش

۹ - گزینه ۳ از آمپرسنج $A_۲$ جریانی عبور نمی‌کند و عدد صفر را نشان می‌دهد یعنی اختلاف پتانسیل دو نقطه‌ای که آمپرسنج به آنها وصل شده، صفر است. (دقت کنید که آمپرسنج به صورت متوالی در مدار قرار نگرفته است.) در این حالت بود و نبود شاخه‌ای که آمپرسنج $A_۲$ در آن قرار دارد، تأثیری در مدار ندارد.



$$V_a + ۶I_۲ - ۳I_۱ = V_b \xrightarrow{V_a=V_b} I_۱ = ۲I_۲ \qquad (۱)$$

از طرف دیگر آمپرسنج $A_۱$ جریان شاخهٔ اصلی مدار را نشان می‌دهد.

$$I_۱ + I_۲ = ۶A \qquad (۲)$$

با حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} ۲I_۲ + I_۲ = ۶ \Rightarrow I_۲ = ۲A, I_۱ = ۴A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر است با:

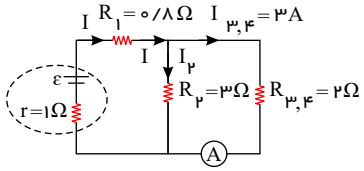
$$V = \varepsilon - rI = ۲۲ - ۱ \times ۶ = ۱۶V$$

حال با توجه به قانون اُهم و جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ در شاخه‌های پایینی و بالایی مدار، می‌توان نوشت:

$$I_۱ = \frac{V}{R_۱ + R_۲} = \frac{۱۶}{R_۱ + ۳} \Rightarrow ۴ = \frac{۱۶}{R_۱ + ۳} \Rightarrow R_۱ = ۱\Omega$$
$$I_۲ = \frac{V}{R_۳ + R_۴} = \frac{۱۶}{R_۳ + ۶} \Rightarrow ۲ = \frac{۱۶}{R_۳ + ۶} \Rightarrow R_۳ = ۲\Omega$$

۱۰ - گزینه ۲ با توجه به شکل، دو مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ موازی اند و مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{۳,۴} = \frac{۳ \times ۶}{۳ + ۶} = ۲\Omega$$



چون دو مقاومت $R_{۳,۴}$ و $R_۲$ موازی‌اند، اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها یکسان است، داریم:

$$V_۲ = V_{۳,۴} \Rightarrow R_۲I_۲ = R_{۳,۴}I_{۳,۴} \Rightarrow \frac{R_۲}{R_{۳,۴}} = \frac{I_{۳,۴}}{I_۲} \xrightarrow[R_{۳,۴}=۲\Omega]{R_۲=۳\Omega, I_{۳,۴}=۳A} \frac{۳}{۲} = \frac{۳}{I_۲} \Rightarrow I_۲ = ۲A$$

پس جریان کل مدار برابر $I = I_۲ + I_{۳,۴} = ۲ + ۳ = ۵A$ است. برای محاسبهٔ مقاومت معادل کل مدار نیز داریم:

$$R_{۲,۳,۴} = \frac{۲ \times ۳}{۲ + ۳} = \frac{۶}{۵} = ۱/۲\Omega$$
$$R_{eq} = R_۱ + R_{۲,۳,۴} = ۰/۸ + ۱/۲ = ۲\Omega$$

در نهایت طبق رابطهٔ جریان عبوری از مدار، داریم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow ۵ = \frac{\varepsilon}{۲ + ۱} \Rightarrow \varepsilon = ۱۵V$$

پاسخنامه کلیدی

۱ - ۴	۳ - ۱	۵ - ۴	۷ - ۲	۹ - ۳
۲ - ۳	۴ - ۳	۶ - ۲	۸ - ۴	۱۰ - ۲